



SIRGAS
sirgas.ipgh.org

Ref.: Gula 06
Rev.: 1.0
Data: 18.11.2024

Revisado: Novembro 2024

GUIA06 DIRETRIZES PARA O CÁLCULO DOS VALORES DE POTENCIAL DE GRAVIDADE NAS ESTAÇÕES IHRF DA REGIÃO SIRGAS

Citar: Gabriel do Nascimento Guimarães, Claudia Tocho, Walter Humberto Subiza Piña, Ana Cristina Oliveira Cancoro de Matos, Agustín Gómez, Ezequiel Darío Antokoletz, Denizar Blitzkow, (2024).
GUIA06 DIRETRIZES PARA O CÁLCULO DOS VALORES DE POTENCIAL DE GRAVIDADE NAS ESTAÇÕES IHRF DA REGIÃO SIRGAS. GT III SIRGAS. DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.15476094>

	Diretrizes para o Cálculo dos Valores de Potencial de Gravidade nas Estações IHRF da Região SIRGAS	Ref.	Guia06
		Rev.	1.0
		Data	18.11.2024

SUMÁRIO

ÍNDICE DE FIGURAS	2
ÍNDICE DE TABLAS	2
REGISTRO DE MUDANÇAS NO DOCUMENTO.....	3
GENERALIDADES	3
1. CONSTANTES E CONVENÇÕES	4
2. FÓRMULAS	5
2.1. EQUAÇÕES PARA O CÁLCULO DOS VALORES DE POTENCIAL DE GRAVIDADE A PARTIR DE MODELOS GRAVIMÉTRICOS PUROS DE QUASE GEOIDE E DE GEOIDE	5
2.2. TERMO DE ORDEM ZERO.....	6
2.3. TRATAMENTO DAS MARÉS.....	6
3. APLICAÇÃO NUMÉRICA.....	8
4. REFERÊNCIAS.....	9

	Diretrizes para o Cálculo dos Valores de Potencial de Gravidade nas Estações IHRF da Região SIRGAS	Ref.	Guia06
		Rev.	1.0
		Data	18.11.2024

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1</i> Relações entre distintas superfícies de referências, altitudes e pontos para o cálculo (Sánchez et al. 2021).....	4
<i>Figura 2</i> Esquema para determinar os valores do geopotencial baseados no conceito de maré das coordenadas GNSS e o modelo do geopotencial global (Modificado de Sánchez et al. 2021).....	7

ÍNDICE DE TABLAS

Tabela 1 Parâmetros do GRS80	4
Tabela 2 Valores numéricos para o cálculo dos valores de potencial	8
Tabela 3 Resultados para as estações UYPT e UYTA utilizando dados do UruQGeoid I 10	9
Tabela 4 Resultados para as estações UYPT e UYTA utilizando dados do UruGeoid I 10	9

	Diretrizes para o Cálculo dos Valores de Potencial de Gravidade nas Estações IHRF da Região SIRGAS	Ref.	Guia06
		Rev.	1.0
		Data	18.11.2024

REGISTRO DE MUDANÇAS NO DOCUMENTO

Versão 1.0, 11.2024

Este documento foi estruturado a partir de reuniões dos membros do GT-III e das referências bibliográficas citadas na seção “Referências”.

Para manter este documento atualizado, convidamos você a enviar seus comentários, perguntas ou sugestões ao Presidente do SIRGAS-GTIII, cujas informações de contato podem ser encontradas em <https://sirgas.ipgh.org/>.

GENERALIDADES

Em 2015, a Associação Internacional de Geodésia (*International Association of Geodesy - IAG*) publicou a Resolução No. 1 que trata sobre a definição e realização de um Sistema de Referência Internacional de Altitudes (*International Height Reference System – IHR*). O estabelecimento do IHRF (*International Height Reference Frame*) será realizado com base na materialização e realização de um conjunto de estações previamente selecionadas.

Este documento apresenta as formulações, constantes e convenções para calcular valores de potencial de gravidade em uma estação IHRF utilizando modelos regionais do campo de gravidade (geoides e quase geoides gravimétricos puros). As recomendações e diretrizes são baseadas nos trabalhos de (Sánchez e Sideris 2017; Ihde et al. 2017; Sánchez et al. 2021), nos documentos do Centro de Coordenação IHRF (IHRF CC) “*IHRF Conventions – Simplified*” “*Recovering potential values from regional (quasi-)geoid models*”, disponíveis na página do IHRF CC¹ e no texto parcial do documento do IGM-Uruguay (IGM, 2024). No final do documento encontram-se exemplos numéricos que os interessados podem utilizar para calcular os valores de potencial de gravidade, utilizando suas ferramentas e programas, e compará-los aos valores calculados pelo GT-III.

Para os interessados em calcular valores de potencial de gravidade nas estações IHRF, é importante assegurar que as coordenadas de entrada sejam as oficiais de cada estação e disponibilizadas pelo IHRF CC por meio do SIRGAS. Para aplicações práticas, as coordenadas cartesianas (X, Y, Z) devem ser transformadas em coordenadas geodésicas (φ, λ, h) usando o Sistema de Referência Geodésico 1980 (GRS80) (Moritz 2000). Recomenda-se que o formato de coordenadas geodésicas latitude e longitude seja com oito casas decimais e a altitude elipsoidal com três casas decimais. Além disso, é importante saber se o valor da gravidade na estação é observado ou interpolado. No caso de ser observado, saber exatamente onde foi realizada a medição e que tipo de observação é.

Para um cálculo correto do potencial de gravidade é importante saber como foi calculado o modelo geoidal ou quase geoidal gravimétrico puro. É necessário estar claro, o conceito de maré permanente do coeficiente C_{20} do modelo global do geopotencial e se foi utilizado a primeira parte do termo de ordem zero das equações (8) e (9) quando se utilizou o modelo global do geopotencial global.

Também é importante saber se os modelos geoidais ou quase geoidais cumprem a condição de $W_0=U_0$ ou W_0 diferente de U_0 , para estar claro se foi utilizado o segundo termo das equações (8) e (9).

Em caso de dúvida, recomenda-se entrar em contato com o órgão ou universidade que calculou o modelo geoidal ou quase geoidal.

¹ <https://ihrfcc.topo.auth.gr/>

	Diretrizes para o Cálculo dos Valores de Potencial de Gravidade nas Estações IHRF da Região SIRGAS	Ref.	Guia06
		Rev.	1.0
		Data	18.11.2024

I. CONSTANTES E CONVENÇÕES

A coordenada vertical em um ponto P é a diferença entre o potencial de gravidade nesse ponto, W_P e o valor do potencial de referência W_0 . Esta diferença é conhecida como número geopotencial C_P :

$$C_P = -\Delta W_P = W_0 - W_P \quad (1)$$

onde o valor de W_0 é $62\,636\,853,4 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ (Drewes et al. 2016).

A posição espacial de P para o potencial é dada pelas coordenadas do vetor X_P no sistema ITRS (*International Terrestrial Reference System*), de forma que: $X_P = X(P)$ e $W(P) = W(X_P)$. Todos os parâmetros, observações e dados devem estar no conceito de maré medio (*mean tidal/mean crust*) que elimina a componente temporal e periódica do potencial de maré e preserva a componente permanente e o potencial gerado pela deformação desta componente. Las unidades de longitude e tempo são respectivamente o metro, m e o segundo, s dados no SI (Sistema Internacional de unidades). O Sistema de Referência Geodésico é o GRS80 (Moritz 2000) e os parâmetros são apresentados na Tabela I. Todos os parâmetros definidos no GRS80, devem ser utilizados sem realizar cálculos prévios na sua determinação.

Tabela I Parâmetros do GRS80

Parâmetro	Valor	Unidade	Descrição
a	6 378 137,0	m	semieixo maior do elipsoide
b	6 356 752,3141	m	semieixo menor do elipsoide
e^2	0,00669438002290	-	primeira excentricidade do elipsoide
U_0	$6\,263\,686,0850 \times 10$	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$	potencial normal de gravidade
γ_e	9,7803267715	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$	gravidade normal no equador
GM	$3,986004415 \times 10^{14}$	$\text{m}^3 \text{s}^{-2}$	constante gravitacional geocêntrica
f	0,00335281068118	-	achatamento
m	0,00344978600308	-	$\frac{\omega^2 a^2 b}{GM}$

A Figura 1 (Sánchez et al. 2021) detalha as relações entre as diversas superfícies de referência, altitudes e pontos envolvidos nas formulações que serão apresentadas.

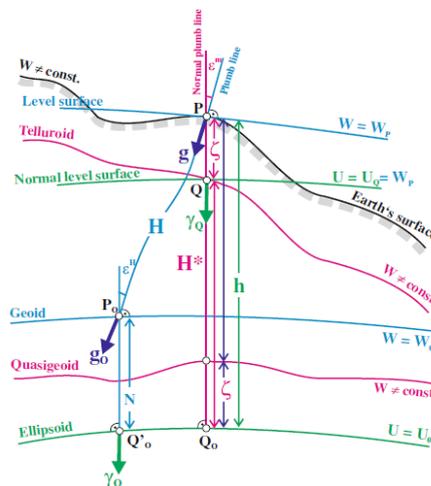


Figura 1 Relações entre distintas superfícies de referências, altitudes e pontos para o cálculo (Sánchez et al. 2021).

	Diretrizes para o Cálculo dos Valores de Potencial de Gravidade nas Estações IHRF da Região SIRGAS	Ref.	Guia06
		Rev.	1.0
		Data	18.11.2024

2. FÓRMULAS

A equação fechada da gravidade teórica é apresentada de acordó com (Moritz 2000):

$$\gamma_0 = \frac{a\gamma_a \cos^2 \varphi + b\gamma_b \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}}, \quad (2)$$

sendo a e b o semieixo maior e semieixo menor do elipsoide.

A distância radial geocêntrica r_p é calcular por (Tovar Cabañas et al. 2023):

$$r = \frac{ab}{\sqrt{(a \cdot \text{sen}\psi)^2 + (b \cdot \text{cos}\psi)^2}} + h \quad (3)$$

sendo ψ a latitude geocêntrica que é igual a $\psi = \arctan[(1 - e^2) \cdot \text{tg}\varphi]$, φ é a latitude geodésica, a e b os semieixos maior e menor do elipsoide e e^2 é a primeira excentricidade. A distância radial geocêntrica em P é $r_p = r + h$, onde h é a altitude elipsoidal.

2.1. EQUAÇÕES PARA O CÁLCULO DOS VALORES DE POTENCIAL DE GRAVIDADE A PARTIR DE MODELOS GRAVIMÉTRICOS PUROS DE QUASE GEOIDE E DE GEOIDE

A partir de um modelo quase geoidal o valor do potencial de gravidade no ponto P sobre a superfície terrestre pode ser obtido como:

$$W_p = W_0 - (h_p - \zeta_p) \cdot \bar{\gamma}_{Q_0} [m^2 s^{-2}] \quad (4)$$

onde h_p é a altitude elipsoidal da estação IHRF, ζ_p é a anomalia de altura interpolada do modelo quase geoidal puro, sendo $\bar{\gamma}_{Q_0}$:

$$\bar{\gamma}_{Q_0} = \gamma_0 \cdot \left(1 - \frac{1}{a} \cdot (1 + f + m - 2f \cdot \text{sen}^2 \varphi_p) \cdot (h_p - \zeta_p) \right) [m^2 s^{-2}] \quad (5)$$

onde γ_0 é a gravidade normal sobre elipsoide de referência calculada pela equação (2) e φ_p é a latitude geodésica da estação IHRF.

Para um modelo geoidal gravimétrico puro, o potencial de gravidade no ponto P é obtido pela fórmula:

$$W_p = W_0 - (h_p - N_p) \cdot \bar{g}_p [m^2 s^{-2}] \quad (6)$$

onde

	Diretrizes para o Cálculo dos Valores de Potencial de Gravidade nas Estações IHRF da Região SIRGAS	Ref.	Guia06
		Rev.	1.0
		Data	18.11.2024

$$\bar{g}_p = g_p + 0,424 \cdot 10^{-6} (h_p - N_p) + TC_p [m^2 s^{-2}] \quad (7)$$

Nas fórmulas (6) y (7) \bar{g}_p é a gravidade média entre P e o geóide, h_p é a altitude elipsoidal, N_p é a ondulação interpolada do geóide e g_p é a gravidade observada, todos no ponto P da estação IHRF. O fator $0,424 \times 10^6$ refere-se à metade do gradiente de gravidade vertical segundo a teoria de Poincare-Prey, com uma densidade média das massas topográficas média de 2670 kg m^3 e TC_p é a correção topográfica.

2.2. TERMO DE ORDEM ZERO

O termo de ordem zero inclui a diferença nos valores do parâmetro GM usado pelo modelo global do geopotencial escolhido e o elipsoide de referência GRS80. Deve ser ter atenção se no modelo geoidal ou quase geoidal escolhido, a primeira parte da equação 8 ou 9 já foi considerada. Em caso positivo, somente a segunda parte das fórmulas (que é a diferença entre os valores do potencial W_0 adotado pelo IHRF e o potencial U_0 do GRS80), deve ser adotada, caso contrário, usar as fórmulas completas. O termo de ordem zero para um modelo quase geoidal e geoidal, é o seguinte:

$$\zeta_0 = \frac{GM_{GGM} - GM_{GRS80}}{r_P \gamma_Q} - \frac{W_0 - U_0}{\gamma_Q} \quad (8)$$

$$N_0 = \frac{GM_{GGM} - GM_{GRS80}}{r_{P_0} \gamma_{Q_0}} - \frac{W_0 - U_0}{\gamma_{Q_0}} \quad (9)$$

onde GM é a constante gravitacional geocêntrica do modelo global do geopotencial, r_p e r_{p_0} são as distâncias radiais geocêntricas do ponto P (apresentada na equação (3)), γ_Q é a gravidade teórica no ponto Q no teluroide e γ_{Q_0} é a gravidade teórica no elipsoide de referência (ver Figura 1).

Uma vez determinado ζ_0 para o modelo quase geoidal ou N_0 para o modelo geoidal as anomalias de altura ou ondulações geoidais nas equações 4, 5, 6 e 7 devem ser corrigidas previamente, a partir de: $h_p - (\zeta_p - \zeta_0)$ e $h_p - (N_p - N_0)$.

2.3. TRATAMENTO DAS MARÉS

Deve ser observado em que conceito de maré permanente encontram-se os dados de entrada (as coordenadas GNSS e o GGM utilizado no cálculo do modelo geoidal ou quase geoidal) e assim fazer as correções necessárias nos resultados intermediários, de maneira que o número geopotencial seja expressado no conceito *zero-tide* (C_{ZT}) e consequentemente determinar C^{IHRF} no conceito *mean-tide*. A Figura 2 ilustra quatro possibilidades diferentes que relacionam os dados de entrada e os conceitos de maré. Na primeira situação (Figura 2 em rosa), se o GGM (C_{20}^{NT}) está no conceito *tide-free* e as coordenadas GNSS no conceito *mean-tide* (X^{MT}), calcula-se o valor do potencial provisório (W_{prov}) e logo se aplica a correção ($\Delta \bar{W}^{MGG}$) para obter o potencial em *zero-tide* (W_{ZT}). Na segunda situação (Figura 2 em verde), o GGM (C_{20}^{ZT}) está em *zero-tide*, enquanto que as coordenadas GNSS em *tide-free* (X^{NT}). Neste caso, a correção aplicada é para que as coordenadas GNSS sejam corrigidas para o conceito *zero-tide* (ΔW^{ITRF}). No terceiro caso, (Figura 2 em cinza), tanto o GGM (C_{20}^{NT}) como as coordenadas (X^{NT}) estão no conceito *tide-free* e ambas devem ser corrigidas para o conceito de maré zero ($(\Delta \bar{W}^{MGG} + \Delta W^{ITRF})$). Finalmente, o último caso não requer correção do resultado intermediário, uma vez que os dados de entrada (C_{20}^{ZT} y X^{MT}) estão no conceito *zero-tide* e *mean-tide*, respectivamente. Para o caso particular das estações IHRF na região SIRGAS só pode ocorrer as possibilidades verde e cinza já que as coordenadas estão no ITRF.

	Diretrizes para o Cálculo dos Valores de Potencial de Gravidade nas Estações IHRF da Região SIRGAS	Ref.	Guia06
		Rev.	1.0
		Data	18.11.2024

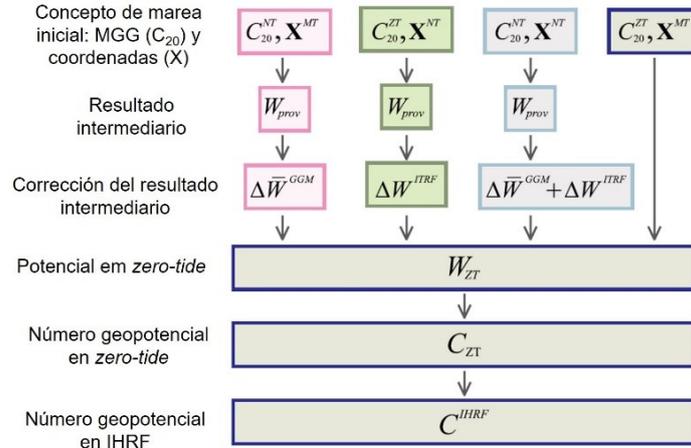


Figura 2 Esquema para determinar os valores do geopotencial baseados no conceito de maré das coordenadas GNSS e o modelo do geopotencial global (Modificado de Sánchez et al. 2021).

A formulação matemática com respeito às correções são apresentadas a seguir (Sánchez et al. 2021). A equação (10) deve ser aplicada se o potencial foi calculado com um modelo global do geopotencial no conceito de maré tide-free. Esta correção se calcula da seguinte forma:

$$\Delta\bar{W}^{GGM}(\varphi, h) = k_{20} \cdot \left(1 - \frac{3h}{a}\right) \cdot (0,9722 - 2,8673 \cdot \text{sen}^2\varphi - 0,0690 \cdot \text{sen}^4\varphi) [m^2s^{-2}] \quad (10)$$

Se as coordenadas do ponto estão no conceito de maré tide-free (como as coordenadas ITRF do SIRGAS), a fórmula para a correção ΔW^{ITRF} é:

$$\Delta W^{ITRF}(\varphi) \approx (-\gamma_0(\varphi)) \cdot h_T(\varphi) = -0,5901 + 1,7475 \cdot \text{sen}^2\varphi + 0,0273 \cdot \text{sen}^4\varphi [m^2s^{-2}] \quad (11)$$

sendo γ_0 a gravidade normal na superfície do elipsoide e $h_T(\varphi)$ a projeção do vetor $\Delta\bar{r}$ (ver Mäkinen (2021)).

Caso seja necessário efetuadas as correções (10) e (11), estas podem combinar-se (sendo $h = 0$ e o número de Love, $k_{20} = 0,30190$):

$$\Delta W^{ITRF} + \Delta\bar{W}^{GGM} = -0,2966 + 0,8819 \cdot \text{sen}^2\varphi + 0,0065 \cdot \text{sen}^4\varphi [m^2s^{-2}] \quad (12)$$

Feitas as correções, o geopotencial no conceito de maré zero-tide, tem a seguinte forma:

$$W_{ZT} = W_{prov} + \Delta W^{ITRF} + \Delta\bar{W}^{GGM} \quad (13)$$

O número geopotencial no conceito de maré zero-tide é definido como:

	Diretrizes para o Cálculo dos Valores de Potencial de Gravidade nas Estações IHRF da Região SIRGAS	Ref.	Guia06
		Rev.	1.0
		Data	18.11.2024

$$C_{ZT} = W_0 - W_{ZT} \quad (14)$$

Por fim, a correção da componente temporal gerada pelo potencial médio permanente de maré, calculado na altitude elipsoidal $h = 0$ no GRS80, deve ser aplicada a partir da seguinte fórmula:

$$W_{T0} \approx \overline{W}_T(\varphi, 0) = 0,9722 - 2,8841 \cdot \text{sen}^2\varphi - 0,0195 \cdot \text{sen}^4\varphi [m^2s^{-2}] \quad (15)$$

Finalmente, o número geopotencial IHRF é definido e calculado por:

$$C^{IHRF} := C_{ZT} - W_{T0} \quad (16)$$

3. APLICAÇÃO NUMÉRICA

Para que os interessados possam verificar suas ferramentas e programas disponibilizamos dados numéricos de duas estações localizadas no Uruguai. Os dados foram gentilmente cedidos pelo Instituto Geográfico Militar de Uruguay (IGM, 2023a) (IGM, 2024), no documento disponível para os interessados do GTIII ou diretamente por meio do IGM. Na Tabela 2 as coordenadas (latitude, longitude e altitude elipsoidal) estão no conceito de maré *tide-free* ou *Non Tidal* (NT). A altitude (H) está referida ao datum de Cabildo. A anomalia de altura (ζ) e a ondulação geoidal (N) foram interpoladas do modelo quase geoidal UruQGeoideI 10 (IGM, 2023b) e do modelo geoidal UruGeoideI 10 (IGM, 2023c), respectivamente. O GGM utilizado para el cálculo do modelo geoidal e quase geoidal está no conceito de maré *zero-tide*. O valor de gravidade em cada estação foi reduzido na base das antenas CORS, onde estão referenciadas as coordenadas. Para este cálculo numérico as equações 8 e 9 só devem considerar o segundo termo, uma vez que o primeiro já foi considerado no cálculo do geoide e quase geoide. Deve se levar em conta que, para as correções do valor do geopotencial, somente as equações 11 e 15 devem ser consideradas (segundo caso da Figura 2). Para os cálculos recomenda-se utilizar três casas decimais para os valores de ondulação geoidal ou anomalia de altura e também para os valores do termo de ordem zero (equações 8 e 9). Para os valores de gravidade teórica (equação 2) e gravidade média (equação 7), utilizar oito casas decimais para representá-los. Para o cálculo do W_p provisório (equações 4 ou 6) e também para as correções (equações 10 a 15) utilizar três casas decimais nos resultados. Os valores finais de C_{IHRF} (equação 16) serão arredondados em duas casas decimais. Isto garante que os resultados tenham compatibilidade quando comparados aos resultados cálculos pelo GT-III.

Tabela 2 Valores numéricos para o cálculo dos valores de potencial

Estação	Latitude	Longitude	h (m)	H (m)	ζ (m)	N (m)	g (observado) (Gal)
UYPT	-32,80055949	-56,50981698	91,118	74,299	16,059	16,060	9,79557947
UYTA	-31,68306443	-55,93753385	186,981	171,523	14,680	14,678	9,79414841

Para efeitos de comparação e validação, os interessados podem compartilhar seus resultados com o GT-III, incluindo os resultados dos passos intermediários para uma melhor verificação. De qualquer maneira, compartilhamos os resultados do experimento (Tabela 3 considerando o modelo quase geoidal UruQGeoideI 10 e Tabela 4 para o modelo geoidal UruGeoideI 10).

 SIRGAS <small>sirgas.ipgh.org</small>	Diretrizes para o Cálculo dos Valores de Potencial de Gravidade nas Estações IHRF da Região SIRGAS	Ref.	Guia06
		Rev.	1.0
		Data	18.11.2024

Tabela 3 Resultados para as estações UYPT e UYTA utilizando dados do UruQGeoid I 10

Quantidade	Equação	UYPT	UYTA
γ_0	2	9,79549779	9,79458678
ζ_0	Segundo termo da equação 8	-0,761	-0,761
$\bar{\gamma}_{QQ_0}$	5	9,79538314	9,79432205
W_P	4	62636125,642	62635173,282
$\Delta W^{ITRF}(\varphi)$	11	-0,075	-0,106
W_{ZT}	13	62636125,567	62635173,176
C_{ZT}	14	727,833	1680,224
W_{T0}	15	0,124	0,175
C^{IHRF}	16	727,71	1680,05

Tabela 4 Resultados para as estações UYPT e UYTA utilizando dados do UruGeoid I 10

Quantidade	Equação	UYPT	UYTA
γ_0	2	9,79549779	9,79458678
N_0	Segundo termo da equação 9	-0,761	-0,761
\bar{g}_P	7	9,79561371	9,79422567
W_P	6	62636125,635	62635173,279
$\Delta W^{ITRF}(\varphi)$	11	-0,075	-0,106
W_{ZT}	13	62636125,560	62635173,173
C_{ZT}	14	727,840	1680,227
W_{T0}	15	0,124	0,175
C^{IHRF}	16	727,72	1680,05

4. REFERÊNCIAS

- Drewes H, Kuglitsch F, Adám J, Rózsa S (2016) The Geodesist's Handbook 2016. J Geod 90:907–1205. <https://doi.org/10.1007/s00190-016-0948-z>
- Ihde J, Sánchez L, Barzaghi R, et al (2017) Definition and Proposed Realization of the International Height Reference System (IHRF). Surv Geophys 38:549–570. <https://doi.org/10.1007/s10712-017-9409-3>
- Instituto Geográfico Militar, UruGeoid I 10 (2023a) - Informe técnico, disponible en la página del IGM <https://igm.gub.uy/2023/12/18/nuevo-urugeoide-2023/>, acceso en marzo, 2024.
- Instituto Geográfico Militar - Uruguay, UruQGeoid I 10 (2023b) <https://doi.org/10.5880/isdg.2023.0011>
- Instituto Geográfico Militar - Uruguay, UruGeoid I 10 (2023c) <https://doi.org/10.5880/isdg.2023.002>
- Instituto Geográfico Militar- Uruguay. Cálculo del número geopotencial IHRF de las estaciones UYPT y UYTA y su comparación con el datum vertical Cabildo-Uruguay. Informe Técnico IGM03/2024 (documento preliminar recibido por el GT-III SIRGAS en abril 2024).
- Mäkinen J (2021) The permanent tide and the International Height Reference Frame IHRF. J Geod 95:106. <https://doi.org/10.1007/s00190-021-01541-5>
- Moritz H (2000) Geodetic Reference System 1980. J Geod 74:128–133. <https://doi.org/10.1007/s001900050278>
- Sánchez L, Ågren J, Huang J, et al (2021) Strategy for the realisation of the International Height Reference System (IHRF). J Geod 95:33. <https://doi.org/10.1007/s00190-021-01481-0>
- Sánchez L, Sideris MG (2017) Vertical datum unification for the International Height Reference System (IHRF). Geophys J Int ggx025. <https://doi.org/10.1093/gji/ggx025>

	Diretrizes para o Cálculo dos Valores de Potencial de Gravidade nas Estações IHRF da Região SIRGAS	Ref.	Guia06
		Rev.	1.0
		Data	18.11.2024

Tovar Cabañas R, Villanueva Hernández H, Vazquez Espinosa SA (2023) Cálculo de radios geocéntricos por grados de latitude. Revista de Educación Matemática 38:3–15. <https://doi.org/10.33044/revem.37305>