




SIRGAS
sirgas.ipgh.org

Ref.: Guía 06
Rev.: 1.0
Fecha: 18.11.2024

Revisado: Noviembre 2024


GUÍA06 DIRECTRICES PARA EL CÁLCULO DE LOS VALORES DE POTENCIAL DE GRAVEDAD EN LAS ESTACIONES IHRF DE LA REGIÓN SIRGAS

Cita: Gabriel do Nascimento Guimarães, Claudia Tocho, Walter Humberto Subiza Piña, Ana Cristina Oliveira Cancoro de Matos, Agustín Gómez, Ezequiel Darío Antokoletz, Denizar Blitzkow, (2024).
GUÍA06 DIRECTRICES PARA EL CÁLCULO DE LOS VALORES DE POTENCIAL DE GRAVEDAD EN LAS ESTACIONES IHRF DE LA REGIÓN SIRGAS. GT III SIRGAS

	Directrices para El Cálculo De Los Valores de Potencial de Gravedad en las Estaciones IHRF de la Región SIRGAS	Ref.	Guía06
		Rev.	1.0
		Fecha	18.11.2024

CONTENIDO

INDICE DE FIGURAS	2
INDICE DE TABLAS	2
REGISTRO DE CAMBIOS DEL DOCUMENTO	3
GENERALIDADES	3
1. CONSTANTES Y CONVENCIONES.....	4
2. FÓRMULAS	5
2.1. ECUACIONES PARA EL CÁLCULO DE LOS POTENCIALES DE GRAVEDAD A PARTIR DE MODELOS GRAVIMÉTRICOS PUROS DE CUASIGEOIDE DE GEOIDE	5
2.2. TÉRMINOS DE ORDEN CERO	6
2.3. TRATAMIENTOS DE LAS MAREAS	7
3. APLICACIÓN NUMÉRICA.....	8
4. BIBLIOGRAFÍA	10


	Directrices para El Cálculo De Los Valores de Potencial de Gravedad en las Estaciones IHRF de la Región SIRGAS	Ref.	Guía06
		Rev.	1.0
		Fecha	18.11.2024

INDICE DE FIGURAS

Figura 1 Relaciones entre distintas superficies de referencias, alturas y puntos para el cálculo (Sánchez et al. 2021).	5
Figura 2 Esquema para determinar los valores del geopotencial basados en el concepto de marea de las coordenadas GNSS y el modelo geopotencial global (Modificado de Sánchez et al. 2021).	7

INDICE DE TABLAS

Tabla 1 Parámetros del GRS80.....	4
Tabla 2 Valores numéricos para el cálculo de los valores de potencial	9
Tabla 3 Resultados para las estaciones UYPT y UYTA utilizando datos del UruQGeoid I 10	9
Tabla 4 Resultados para las estaciones UYPT y UYTA utilizando datos del UruGeoid I 10.....	9

	Directrices para El Cálculo De Los Valores de Potencial de Gravedad en las Estaciones IHRF de la Región SIRGAS	Ref.	Guía06
		Rev.	1.0
		Fecha	18.11.2024

REGISTRO DE CAMBIOS DEL DOCUMENTO

Versión 1.0, 11.2024

Este documento se ha estructurado a partir de reuniones de los miembros del GT-III y de las referencias bibliográficas citadas en la sección “Referencias”.

Con el propósito de mantener al día el presente documento, le invitamos cordialmente a enviar sus comentarios, preguntas o sugerencias al Presidente del SIRGAS-GTIII, cuyos contactos se encuentran en <https://sirgas.ipgh.org/>.

GENERALIDADES

En 2015, la Asociación Internacional de Geodesia (*International Association of Geodesy - IAG*) publicó la Resolución No. 1 que trata sobre la definición y realización de un Sistema de Referencia Internacional de Alturas (*International Height Reference System – IHR*S). El establecimiento del IHRF (*International Height Reference Frame*) se realizará en base a la materialización y realización de un conjunto de estaciones previamente seleccionadas.

Este documento presenta las formulaciones, constantes y convenciones para calcular valores de potencial de gravedad en una estación IHRF basados en modelos regionales del campo de gravedad (geoides y cuasigeoides gravimétricos puros). Las recomendaciones y directrices se basan en los trabajos de (Sánchez and Sideris 2017; Ihde et al. 2017; Sánchez et al. 2021), los documentos del Centro de Coordinación IHRF (IHRF CC) “*IHRF Conventions – Simplified*” “*Recovering potential values from regional (quasi-)geoid models*”, disponibles en la página del IHRF CC¹ y el texto, parcialmente en el documento del IGM-Uruguay (IGM, 2024). Al final del documento se encuentran ejemplos de valores numéricos que los interesados puedan utilizar para calcular los valores de potencial de gravedad, utilizando sus herramientas y programas, y compararlos con los valores calculados por el GT-III.


Para los interesados en calcular valores de potencial de gravedad en estaciones IHRF, es importante asegurar que las coordenadas de entrada sean las oficiales de cada estación y proporcionadas por el IHRF CC a través de SIRGAS. Para aplicaciones prácticas, las coordenadas cartesianas (X, Y, Z) deben ser transformadas a coordenadas elipsoidales (φ , λ , h) usando el Sistema de Referencia Geodésico 1980 (GRS80) (Moritz 2000). Se recomienda que el formato de coordenadas geodésicas latitud y longitud sea con ocho cifras decimales y altura elipsoidal con tres cifras decimales. Además, es importante conocer si el valor de gravedad en la estación es observado o interpolado. En caso de ser observado, saber dónde exactamente fue realizado la medición y que tipo de observación es.

Para un cálculo correcto del potencial de gravedad es importante saber cómo fue calculado el modelo de geoide o cuasigeoide gravimétrico puro. Es necesario tener en claro, el concepto de mareas permanente del coeficiente $C_{2,0}$ del modelo geopotencial global y si se tuvo en cuenta la primera parte del término de orden cero de las ecuaciones (8) y (9) cuando se utiliza el modelo geopotencial global

También es importante saber si los modelos de geoide o cuasigeoide cumplen la condición $W_0=U_0$ o W_0 diferente de U_0 , para tener en claro si se tuvo en cuenta el segundo término de las ecuaciones (8) y (9).

En caso de duda, se recomienda entrar en contacto con la agencia o universidad que calculó el modelo de geoide o cuasigeoide.

¹ <https://ihrfcc.topo.auth.gr/>

	Directrices para El Cálculo De Los Valores de Potencial de Gravedad en las Estaciones IHRF de la Región SIRGAS	Ref.	Guía06
		Rev.	1.0
		Fecha	18.11.2024

I. CONSTANTES Y CONVENCIONES

La coordenada vertical en un punto P es la diferencia entre el potencial de gravedad en ese punto, W_P y el valor del potencial de referencia W_0 . Esa diferencia es conocida como número geopotencial C_P :

$$C_P = -\Delta W_P = W_0 - W_P \quad (1)$$

donde el valor de W_0 es $62\,636\,853,4 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ (Drewes et al. 2016).

La posición espacial de P para el potencial es dada por las coordenadas del vector X_P en sistema ITRS (*International Terrestrial Reference System*), de forma que: $X_P = X(P)$ y $W(P) = W(X_P)$. Todos los parámetros, observaciones y datos deben estar en concepto de mareas medio (*mean tidal/mean crust*) que elimina la componente temporal y periódica del potencial de mareas y preserva la componente permanente y el potencial generado por la deformación de esa componente. Las unidades de longitud y tiempo son respectivamente el metro, m y el segundo, s dados en SI (Sistema Internacional de unidades). El Sistema de Referencia Geodésico es el GRS80 (Moritz 2000) y los parámetros se presentan en la Tabla I. Todos los parámetros definidos por GRS80, deben usarse como definidos, sin realizar cálculos previos para su determinación.

Tabla I Parámetros del GRS80

Parámetro	Valor	Unidad	Descripción
a	6 378 137,0	m	semieje mayor del elipsoide
b	6 356 752,3141	m	semieje menor del elipsoide
e^2	0,00669438002290	-	primera excentricidad del elipsoide
U_0	$6\,263\,686,0850 \times 10$	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$	potencial normal de gravedad
γ_e	9,7803267715	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$	gravedad normal en el ecuador
GM	$3,986004415 \times 10^{14}$	$\text{m}^3 \text{s}^{-2}$	constante gravitacional geocéntrica
f	0,00335281068118	-	achatamiento
m	0,00344978600308	-	$\frac{\omega^2 a^2 b}{GM}$

La Figura 1 (Sánchez et al. 2021) detalla las relaciones entre las diversas superficies de referencia, alturas y puntos involucrados en las formulaciones que serán presentadas.

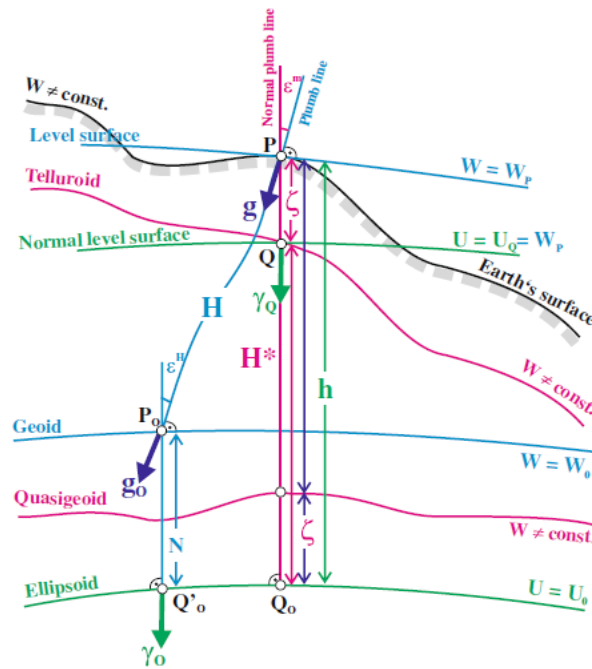


Figura 1 Relaciones entre distintas superficies de referencias, alturas y puntos para el cálculo (Sánchez et al. 2021).

2. FÓRMULAS

La ecuación cerrada de la gravedad teórica es presentada segundo (Moritz 2000):

$$\gamma_0 = \frac{a\gamma_a \cos^2 \varphi + b\gamma_b \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}} \quad (2)$$

siendo a y b el semieje mayor y semieje menor del elipsoide,


La distancia radial geocéntrica r_P se calcula como (Tovar Cabañas et al. 2023):

$$r = \frac{ab}{\sqrt{(a \cdot \text{sen}\psi)^2 + (b \cdot \text{cos}\psi)^2}} + h \quad (3)$$

siendo ψ la latitud geocéntrica que es igual a $\psi = \arctan[(1 - e^2) \cdot \text{tg}\varphi]$, φ es la latitud geodésica, a y b los semiejes mayor y menor del elipsoide y e^2 es la primera excentricidad. La distancia radial geocéntrica en P es $r_P = r + h$, donde h es la altura elipsoidal.

2.1. ECUACIONES PARA EL CÁLCULO DE LOS POTENCIALES DE GRAVEDAD A PARTIR DE MODELOS GRAVIMÉTRICOS PUROS DE CUASIGEOIDE DE GEOIDE

A partir de un modelo de cuasigeoide el valor del potencial de gravedad en el punto P sobre la superficie terrestre puede ser obtenido con:

	Directrices para El Cálculo De Los Valores de Potencial de Gravedad en las Estaciones IHRF de la Región SIRGAS	Ref.	Guía06
		Rev.	1.0
		Fecha	18.11.2024

$$W_p = W_0 - (h_p - \zeta_p) \cdot \bar{\gamma}_{QQ_0} [m^2s^{-2}] \quad (4)$$

donde h_p es la altura elipsoidal de la estación IHRF, ζ_p es la anomalía de altura interpolada del modelo de cuasigeoide puro. Siendo $\bar{\gamma}_{QQ_0}$:

$$\bar{\gamma}_{QQ_0} = \gamma_0 \cdot \left(1 - \frac{1}{a} \cdot (1 + f + m - 2f \cdot \text{sen}^2 \varphi_p) \cdot (h_p - \zeta_p) \right) [m^2s^{-2}] \quad (5)$$

donde γ_0 es la gravedad normal sobre elipsoide de referencia calculada con la ecuación (2) y φ_p es la latitud geodésica de la estación IHRF.

Para un modelo de geoide gravimétrico puro, el potencial de gravedad en el punto P es obtenido por la fórmula

$$W_p = W_0 - (h_p - N_p) \cdot \bar{g}_p [m^2s^{-2}] \quad (6)$$

siendo

$$\bar{g}_p = g_p + 0,424 \cdot 10^{-6} (h_p - N_p) + TC_p [m^2s^{-2}] \quad (7)$$

En las fórmulas (6) y (7) \bar{g}_p es la gravedad media entre P y el geoide, h_p es la altura elipsoidal, N_p es la ondulación interpolada del geoide y g_p es la gravedad observada, todos en la estación del IHRF en P . El factor $0,424 \times 10^6$ se refiere a la mitad del gradiente de gravedad vertical en la teoría de Poincare-Prey, con una densidad media de las masas topográficas media de 2670 kg m^3 y TC_p es la corrección topográfica.


2.2. TÉRMINOS DE ORDEN CERO

El término de orden cero incluye la diferencia en los valores del parámetro GM usado por el modelo geopotencial global escogido y el elipsoide de referencia GRS80. Se debe tener atención a si en el modelo geoidal o cuasigeoidal escogido, la primera parte de la ecuación 8 o 9 ya fue considerada. Si así fue, solamente la segunda parte de las fórmulas (que es la diferencia entre los valores del potencial W_0 adoptado por el IHRF y el potencial U_0 del GRS80), debe ser adoptada, en caso contrario, usar las fórmulas completas. El término de orden cero para un modelo cuasigeoidal y geoidal, es lo siguiente:

$$\zeta_0 = \frac{GM_{GGM} - GM_{GRS80}}{r_p \gamma_Q} - \frac{W_0 - U_0}{\gamma_Q} \quad (8)$$

$$N_0 = \frac{GM_{GGM} - GM_{GRS80}}{r_{P_0} \gamma_{Q_0}} - \frac{W_0 - U_0}{\gamma_{Q_0}} \quad (9)$$

donde GM es la constante gravitacional geocéntrica del modelo geopotencial global, r_p y r_{P_0} son las distancias radiales geocéntricas del punto P (presentada en la ecuación (3)), γ_Q es la gravedad teórica en el punto Q en el teluróide y γ_{Q_0} es la gravedad teórica en el elipsoide de referencia (ver Figura 1).

	Directrices para El Cálculo De Los Valores de Potencial de Gravedad en las Estaciones IHRF de la Región SIRGAS	Ref.	Guía06
		Rev.	1.0
		Fecha	18.11.2024

Una vez determinado el ζ_0 para el modelo cuasigeoidal o el N_0 para el modelo geoidal las anomalías de altura u ondulaciones geoidales en las ecuaciones 4, 5, 6 y 7 deben corregirse previamente, de la forma: $h_p - (\zeta_p - \zeta_0)$ y $h_p - (N_p - N_0)$, como corresponda.

2.3. TRATAMIENTOS DE LAS MAREAS

Se debe observar en qué concepto de mareas permanente se encuentran los datos de entrada (las coordenadas GNSS y el GGM utilizado en el cálculo del modelo geoidal o cuasi-geoidal) y luego hacer las correcciones necesarias a los resultados intermedios, de manera que se exprese el número geopotencial en el concepto *zero-tide* (C_{ZT}) y en consecuencia determinar el C^{IHRF} en el concepto *mean-tide*. La Figura 2 ilustra cuatro posibilidades diferentes que relacionan los datos de entrada y los conceptos de mareas. En la primera situación (Figura 2 en rosa), si el GGM (C_{20}^{NT}) está en el concepto *tide-free* y las coordenadas GNSS en el concepto *mean-tide* (X^{MT}), se calcula el valor del potencial provisorio (W_{prov}) y luego se aplica la corrección ($\Delta\bar{W}^{MGG}$) para obtener el potencial en *zero-tide* (W_{ZT}). En la segunda situación (Figura 2 en verde), el MGG (C_{20}^{ZT}) está en *zero-tide*, mientras que las coordenadas GNSS en *tide-free* (X^{NT}). En este caso, la corrección aplicada es para que las coordenadas GNSS sean corregidas para sistema *zero-tide* (ΔW^{ITRF}). En el tercer caso, (Figura 2 en gris), tanto el MGG (C_{20}^{NT}) como las coordenadas (X^{NT}) están en el concepto *tide-free* y ambas deben corregirse al concepto de marea cero ($(\Delta\bar{W}^{MGG} + \Delta W^{ITRF})$). Finalmente, el último caso no requiere corrección del resultado intermedio, ya que los datos de entrada (C_{20}^{ZT} y X^{MT}) están en el concepto *zero-tide* y *mean-tide*, respectivamente. Para el caso particular de las estaciones IHRF en la región SIRGAS solo puede ocurrir las posibilidades verde y gris ya que las coordenadas están en el ITRF.

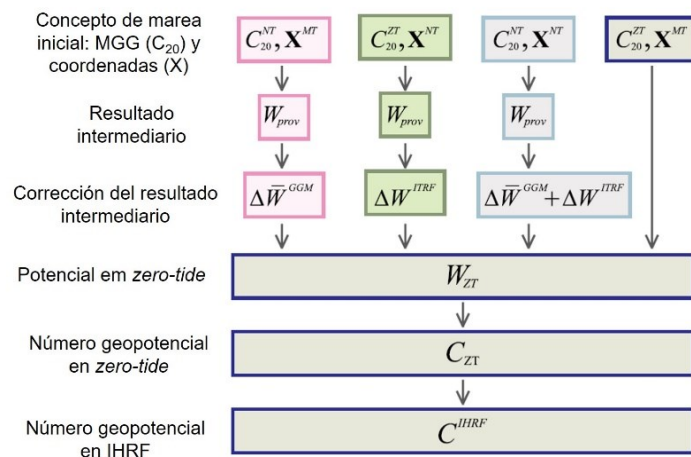



Figura 2 Esquema para determinar los valores del geopotencial basados en el concepto de marea de las coordenadas GNSS y el modelo geopotencial global (Modificado de Sánchez et al. 2021).

La formulación matemática con respecto a las correcciones se presenta a seguir (Sánchez et al. 2021). La ecuación (10) debe ser aplicada si el potencial fue calculado con un modelo geopotencial global en el concepto de mareas *tide-free*. Esa corrección se calcula mediante la fórmula:

$$\Delta\bar{W}^{GGM}(\varphi, h) = k_{20} \cdot \left(1 - \frac{3h}{a}\right) \cdot (0,9722 - 2,8673 \cdot \text{sen}^2 \varphi - 0,0690 \cdot \text{sen}^4 \varphi) [m^2 s^{-2}] \quad (10)$$

Si las coordenadas del punto están en el concepto de mareas *tide-free* (como las coordenadas (ITRF de SIRGAS), la fórmula para la corrección ΔW^{ITRF} es:

	Directrices para El Cálculo De Los Valores de Potencial de Gravedad en las Estaciones IHRF de la Región SIRGAS	Ref.	Guía06
		Rev.	1.0
		Fecha	18.11.2024

$$\Delta W^{ITRF}(\varphi) \approx (-\gamma_0(\varphi)) \cdot h_T(\varphi) = -0,5901 + 1,7475 \cdot \text{sen}^2\varphi + 0,0273 \cdot \text{sen}^4\varphi [m^2s^{-2}] \quad (11)$$

siendo γ_0 la gravedad normal en la superficie del elipsoide y $h_T(\varphi)$ la proyección del vector $\Delta\bar{r}$ (ver Mäkinen (2021)).

En caso de necesitar de las dos correcciones (10) y (11), ellas pueden en este caso, combinarse (en $h = 0$ y el número de Love, $k_{20} = 0,30190$):

$$\Delta W^{ITRF} + \Delta\bar{W}^{GGM} = -0,2966 + 0,8819 \cdot \text{sen}^2\varphi + 0,0065 \cdot \text{sen}^4\varphi [m^2s^{-2}] \quad (12)$$

Hechas las correcciones, el geopotencial en el concepto de mareas *zero-tide*, tiene la siguiente forma:

$$W_{ZT} = W_{prov} + \Delta W^{ITRF} + \Delta\bar{W}^{GGM} \quad (13)$$

El numero geopotencial en el concepto de mareas *zero-tide* se define como:

$$C_{ZT} = W_0 - W_{ZT} \quad (14)$$

Por fin, la corrección de la componente temporal generada por el potencial medio permanente de mareas, calculado en la altura elipsoidal $h = 0$ en GRS80, debe ser aplicada a partir de la siguiente fórmula:


$$W_{T0} \approx \bar{W}_T(\varphi, 0) = 0,9722 - 2,8841 \cdot \text{sen}^2\varphi - 0,0195 \cdot \text{sen}^4\varphi [m^2s^{-2}] \quad (15)$$

Finalmente, el número geopotencial IHRF es definido y calculado por:

$$C^{IHRF} := C_{ZT} - W_{T0} \quad (16)$$

3. APLICACIÓN NUMÉRICA

Para que los interesados puedan verificar sus herramientas y programas les brindamos con datos numéricos de dos estaciones ubicadas en Uruguay. Los datos fueron gentilmente cedidos por el Instituto Geográfico Militar de Uruguay (IGM, 2023a) (IGM, 2024), en documento disponible para los interesados en este GTIII o directamente a través del IGM. En la Tabla 2 las coordenadas (latitud, longitud y altura elipsoidal) están en el concepto de mareas *tide-free* o *Non Tidal* (NT). La altura (H) está referida al datum de Cabildo. La anomalía de altura (ζ) y la ondulación geoidal (N) fueron interpoladas del modelo cuasigeoidal UruQGeoideI10 (IGM, 2023b) y el modelo geoidal UruGeoideI10 (IGM, 2023c), respectivamente. El MGG utilizado para el cálculo del modelo geoidal o cuasigeoidal está en el concepto de mareas *zero-tide*. El valor de gravedad en cada estación fue reducido a la base de las antenas CORS, donde están referidas las coordenadas. Para este cálculo numérico las ecuaciones 8 y 9 solo deben tenerse en el segundo término ya que el primero ya fue considerado en el cálculo del geoide o

	Directrices para El Cálculo De Los Valores de Potencial de Gravedad en las Estaciones IHRF de la Región SIRGAS	Ref.	Guía06
		Rev.	1.0
		Fecha	18.11.2024

cuasigeoide. También debe considerarse que, para las correcciones al valor del geopotencial, solamente las ecuaciones 11 y 15 deben considerarse (segundo caso de la Figura 2). Para los cálculos se recomienda utilizar tres cifras decimales para los valores de ondulación geoidal o anomalía de altura y también para los valores del término de orden cero (ecuaciones 8 y 9). Para los valores de gravedad teórica (ecuación 2) y gravedad media (ecuación 7), utilizar ocho cifras decimales para representarlos. Para el cálculo del W_p provisorio (ecuaciones 4 o 6) y también para las correcciones (ecuaciones 10 al 15) utilizar tres cifras decimales en los resultados. Los valores finales del C_{IHRF} (ecuación 16) serán redondeados a dos cifras decimales. Esto asegura que los resultados tengan compatibilidad cuando comparados a los resultados cálculos por el GT-III.

Tabla 2 Valores numéricos para el cálculo de los valores de potencial

Estación	Latitud	Longitud	h (m)	H (m)	ζ (m)	N (m)	g (observado) (Gal)
UYPT	-32,80055949	-56,50981698	91,118	74,299	16,059	16,060	9,79557947
UYTA	-31,68306443	-55,93753385	186,981	171,523	14,680	14,678	9,79414841


Para efectos de comparación y validación, los interesados pueden compartir sus resultados con el GT-III, incluyendo resultados de pasos intermedios para una mejor verificación. De cualquier manera, compartimos los resultados del experimento (Tabla 3 considerando el modelo cuasigeoidal UruQGeoidel10 y Tabla 4 para el modelo geoidal UruGeoidel10).

Tabla 3 Resultados para las estaciones UYPT y UYTA utilizando datos del UruQGeoidel10

Cantidad	Ecuación	UYPT	UYTA
γ_0	2	9,79549779	9,79458678
ζ_0	Segundo término de la ecuación 8	-0,761	-0,761
\bar{Y}_{QQ_0}	5	9,79538314	9,79432205
W_p	4	62636125,642	62635173,282
$\Delta W^{ITRF}(\varphi)$	11	-0,075	-0,106
W_{ZT}	13	62636125,567	62635173,176
C_{ZT}	14	727,833	1680,224
W_{T0}	15	0,124	0,175
C^{IHRF}	16	727,71	1680,05

Tabla 4 Resultados para las estaciones UYPT y UYTA utilizando datos del UruGeoidel10

Cantidad	Ecuación	UYPT	UYTA
γ_0	2	9,79549779	9,79458678
N_0	Segundo término de la ecuación 9	-0,761	-0,761
\bar{g}_p	7	9,79561371	9,79422567
W_p	6	62636125,635	62635173,279
$\Delta W^{ITRF}(\varphi)$	11	-0,075	-0,106
W_{ZT}	13	62636125,560	62635173,173
C_{ZT}	14	727,840	1680,227
W_{T0}	15	0,124	0,175
C^{IHRF}	16	727,72	1680,05

	Directrices para El Cálculo De Los Valores de Potencial de Gravedad en las Estaciones IHRF de la Región SIRGAS	Ref.	Guía06
		Rev.	1.0
		Fecha	18.11.2024

4. BIBLIOGRAFÍA

Drewes H, Kuglitsch F, Adám J, Rózsa S (2016) The Geodesist's Handbook 2016. J Geod 90:907–1205. <https://doi.org/10.1007/s00190-016-0948-z>

Ihde J, Sánchez L, Barzaghi R, et al (2017) Definition and Proposed Realization of the International Height Reference System (IHRF). Surv Geophys 38:549–570. <https://doi.org/10.1007/s10712-017-9409-3>

Instituto Geográfico Militar, UruGeoid110 (2023a) - Informe técnico, disponible en la página del IGM <https://igm.gub.uy/2023/12/18/nuevo-urugeoide-2023/>, acceso en marzo, 2024.

Instituto Geográfico Militar - Uruguay, UruQGeoid110 (2023b) <https://doi.org/10.5880/ig.2023.0011>

Instituto Geográfico Militar - Uruguay, UruGeoid110 (2023c) <https://doi.org/10.5880/ig.2023.002>

Instituto Geográfico Militar- Uruguay. Cálculo del número geopotencial IHRF de las estaciones UYPT y UYTA y su comparación con el datum vertical Cabildo-Uruguay. Informe Técnico IGM03/2024 (documento preliminar recibido por el GT-III SIRGAS en abril 2024).

Mäkinen J (2021) The permanent tide and the International Height Reference Frame IHRF. J Geod 95:106. <https://doi.org/10.1007/s00190-021-01541-5>

Moritz H (2000) Geodetic Reference System 1980. J Geod 74:128–133. <https://doi.org/10.1007/s001900050278>

Sánchez L, Ågren J, Huang J, et al (2021) Strategy for the realisation of the International Height Reference System (IHRF). J Geod 95:33. <https://doi.org/10.1007/s00190-021-01481-0>

Sánchez L, Sideris MG (2017) Vertical datum unification for the International Height Reference System (IHRF). Geophys J Int ggx025. <https://doi.org/10.1093/gji/ggx025>

Tovar Cabañas R, Villanueva Hernández H, Vazquez Espinosa SA (2023) Cálculo de radios geocéntricos por grados de latitud. Revista de Educación Matemática 38:3–15. <https://doi.org/10.33044/revem.37305>