



# Actualización del Modelo Geoidal para Colombia, un insumo para el catastro multipropósito. QGeoidCOL2023+Nivelación

*Instituto Geográfico Agustín Codazzi - Subdirección Cartográfica y Geodésica*

*Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut, Technical University of Munich (DGFI-TUM)*



**IGAC**  
INSTITUTO GEOGRÁFICO  
AGUSTÍN CODAZZI



SERVICIO  
GEOLÓGICO  
COLOMBIANO



# AGENDA

- 1. Antecedentes**
- 2. Introducción al Modelo Cuasi-Geoidal**
- 3. Datos utilizados en el cálculo**
- 4. Validación y verificación de datos gravimétricos**
- 5. Metodología de cálculo**
- 6. Validación GPS/Leveling**
- 7. QGeoidCOL2023+Nivelación**
- 8. Conclusiones**

# 1. Antecedentes

- Actualmente el Modelo Geoidal para Colombia es GeoCol2004 con una resolución de **2' x 2'**, y una precisión de  $\pm 0,8$  m en algunas zonas planas y de metros en zonas montañosas.
- Este modelo se realizó a con la Teoría de Molodensky y el método remove/restore.
- Modelo global de gravedad TEG-4.

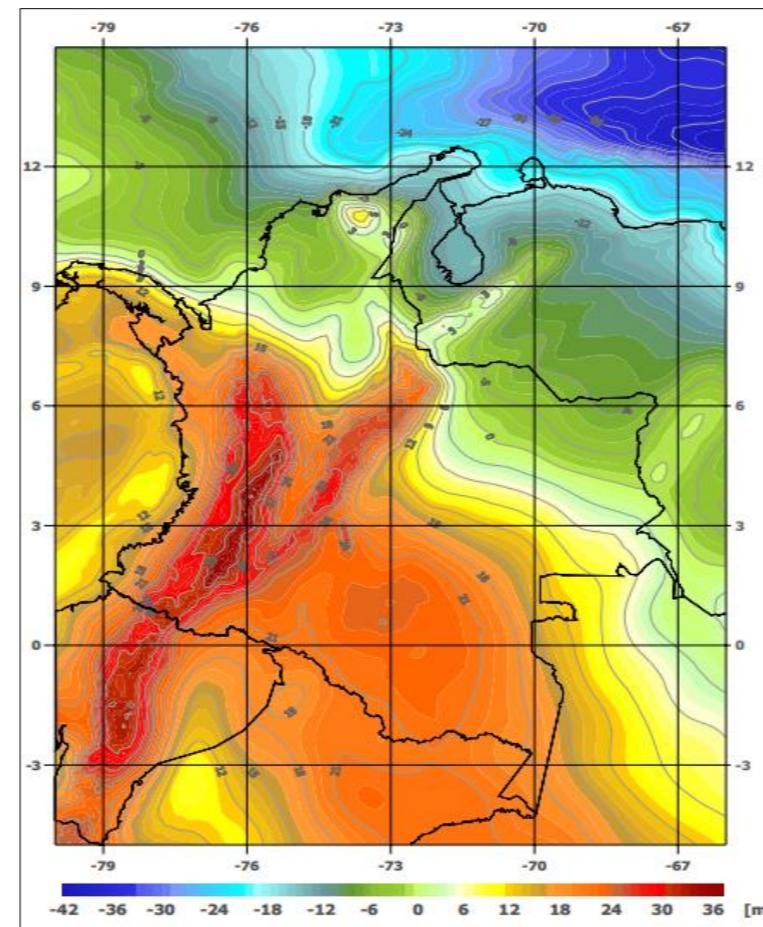


Figura 1. Modelo Geoidal Geocol2004. Fuente: Determinación de la superficie vertical de referencia para Colombia

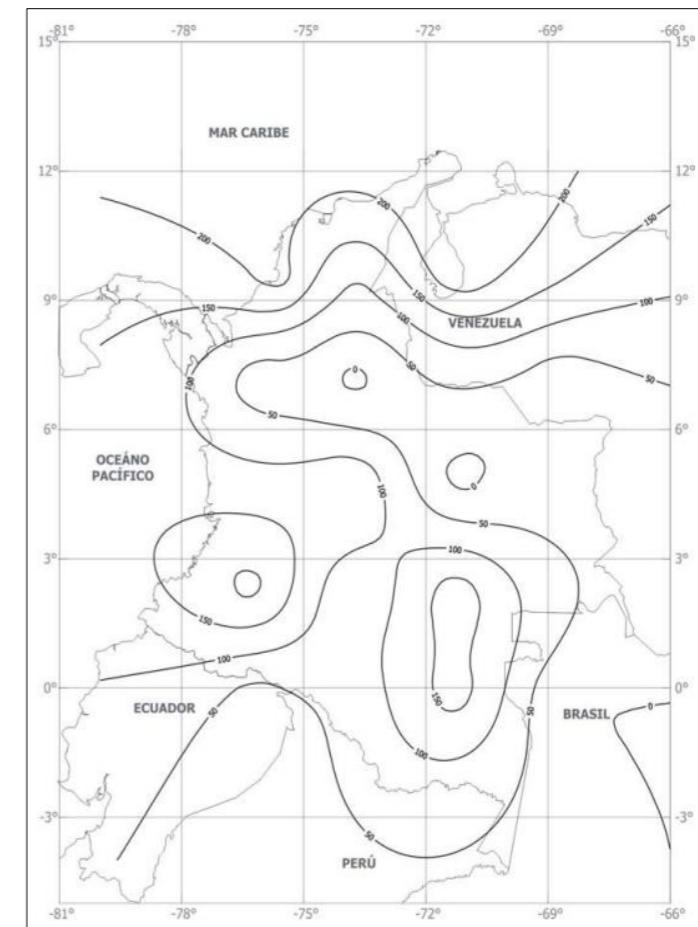


Figura 2. Diferencias de anomalías de aire libre locales y las derivadas del modelo TEG-4. Fuente: Determinación de la superficie vertical de referencia para Colombia

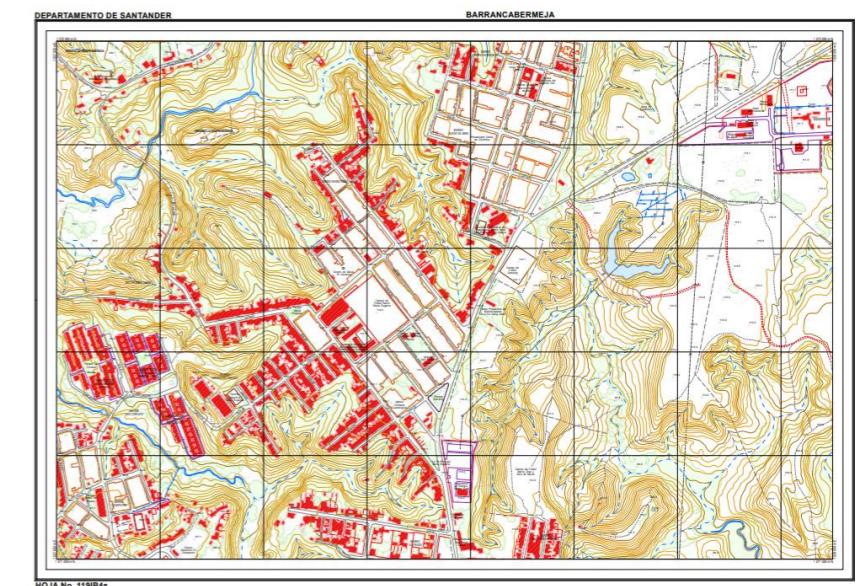
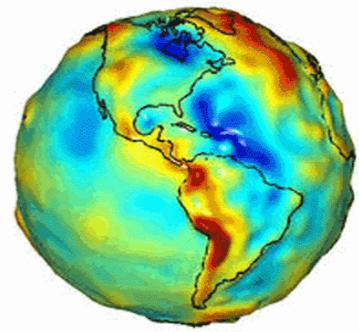
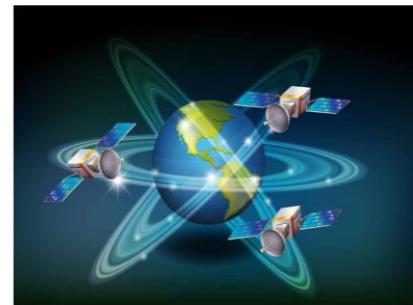
## 2. Introducción al Modelo Cuasi-Geoidal

Teniendo en cuenta que:

- Usos de tecnologías avanzadas drones y GNSS
- Integración de datos **altimétricos y nuevos modelos globales de gravedad** (GRACE y GOCE)
- Actualización de los sistemas de alturas a partir de la combinación de modelos de campo de gravedad y posicionamiento satelital.

Se siguieron las convenciones del Sistema Internacional de Referencia de Alturas (**IHRS**), el cual es basado en un geopotencial que co-rotará con la Tierra.

- Las coordenadas primarias son los números geopotenciales  $C = W_0 - W$  que se refieren al valor potencial  $W_0 = 62636853.4 \text{ m}^2/\text{s}^2$  (Sánchez et al. 2016).
- Elipsoide de referencia GRS80 (Sistema de Referencia Geodésico 1980, Moritz (2000)).



### 3. Datos utilizados para el cálculo

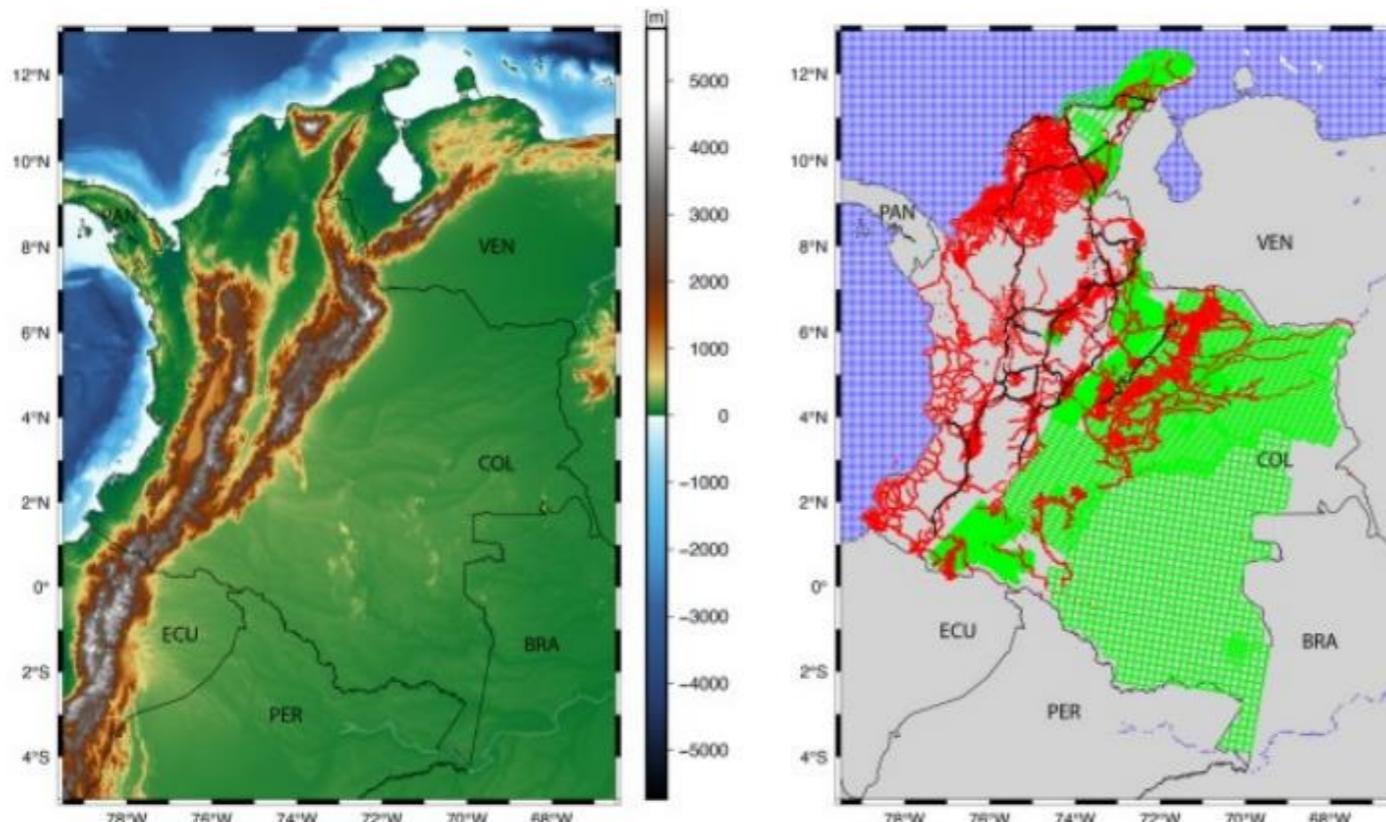


Figura 3. Modelo Geoidal Geocol20024. Fuente: Determinación de la superficie vertical de referencia para Colombia

- Observaciones de gravimetría: 17 proyectos aéreos 101 levantamientos terrestres. (color rojo terrestre, color verde aerogravimetría).
- Datos GPS/nivelación (puntos negros) con fines de validación
- Integración de Modelos Globales de Gravedad GGMs.
- Datos de altimetría satelital.
- Modelos Digitales de Terreno.

## 4. Validación y verificación de datos gravimétricos

### Gravimetría Terrestre:

- Verificación de coordenadas (Latitud, Longitud altura elipsoidal), **errores sistemáticos**. Medido entre 1941 y 2000 para exploraciones de petróleo y gas.
- Duplicados de gravedad , **si difieren -2 mGal** en un mismo punto se deja uno solo, si es **mayor a 2 mGal**, se eliminan los vértices en la misma posición.
- Comparación las alturas **físicas** con el modelo SRTM (Hirt2014)

$$\Delta H = H - HSRTM. \quad (1)$$

- Transformación del Datum Postdam al Internacional Gravity Standardization Net 1971 (IGNS71).

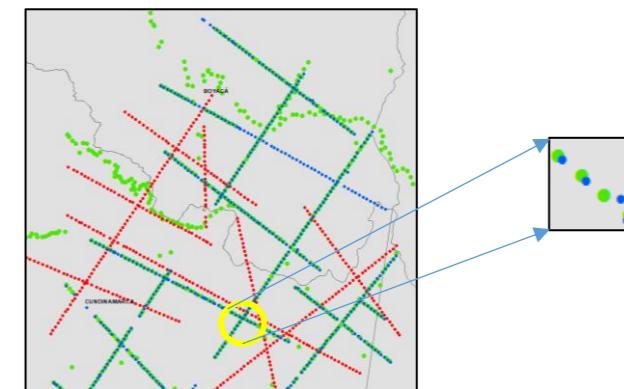


Figura 4. Verificación duplicidad valores de gravedad terrestre. Fuente: IGAC

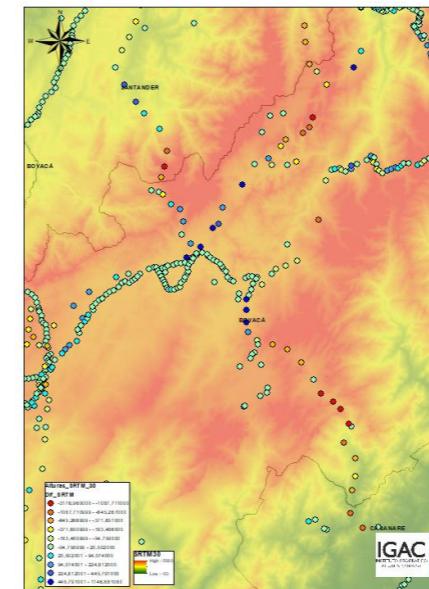


Figura 5. Comparación alturas SRTM. Fuente: IGAC



$< 2000 \text{ m}$



$> 2000 \text{ m}$

## 4. Validación y verificación de datos gravimétricos

- Transformación de alturas físicas a alturas elipsoidales  $h$  utilizando el modelo cuasigeoidal suramericano QGEOD2021 (Matos2021).
- Transformación las observaciones de  $g$  a perturbación de la gravedad  $\delta g$ , ( $\delta g = g - \gamma$  ).
- La detección de los **outliers** se realizan posteriormente de la aplicación de *remove/compute/restore*,  $\Delta\delta g$  (*diferencia de perturbaciones*)  $3\sigma$ .
- Normalización de la mediana (NMAD) (mediana +3 NMAD ); (mediana -3 NMAD ).

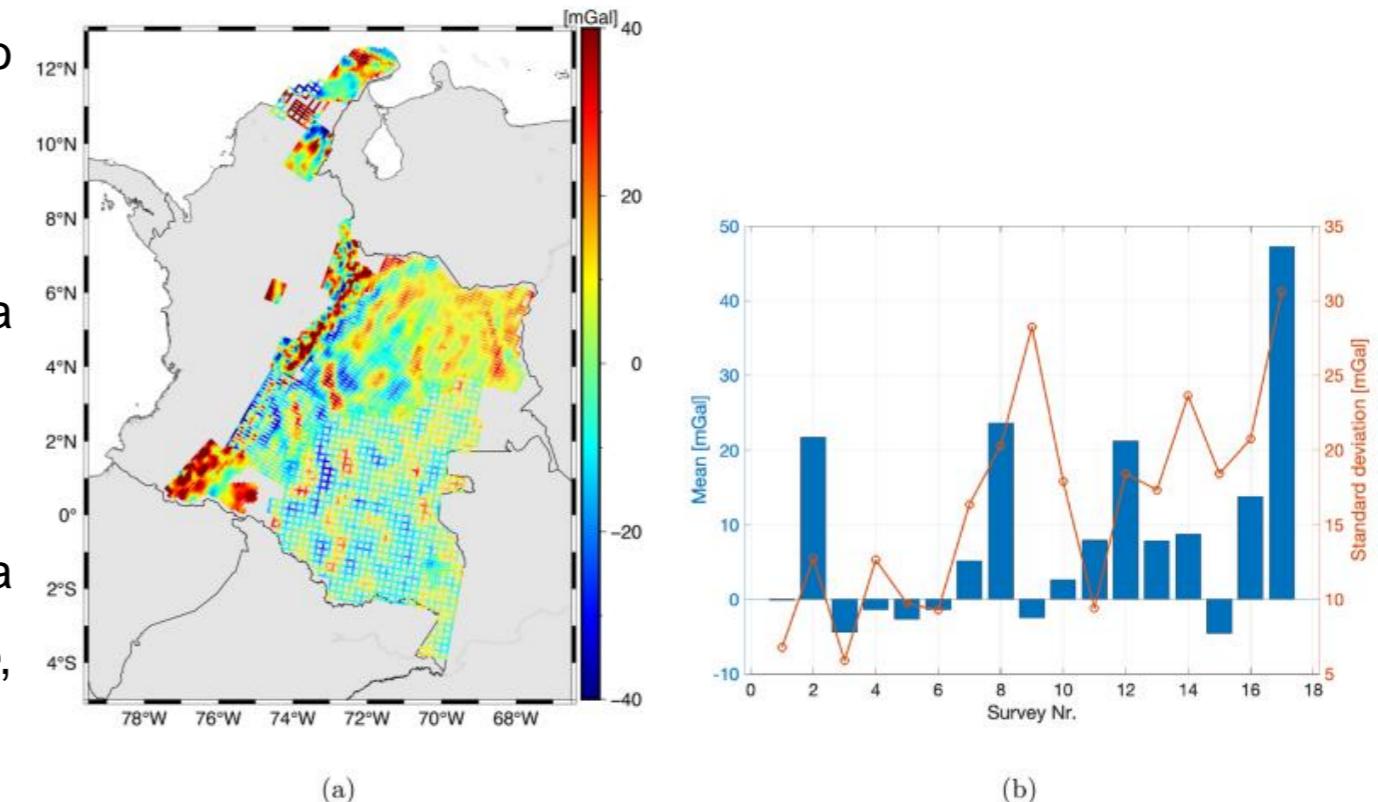


Figura 6. Diferencias entre los datos de gravedad aerotransportados y el modelo SATOP en términos de perturbación gravitatoria; b) valores medios y desviaciones típicas de las diferencias en cada proyecto aéreo. Fuente: Liu et al. (2024), High-resolution regional gravity field modeling, Figura 3, página 6.

## 4. Validación y verificación de datos gravimétricos

### Aerogravimetría

- Las altitudes medias de vuelo que varían de 1200 m a 6400 m.
- Cálculo de valores de gravedad a partir de las anomalías de aire libre:

$$g = \Delta_{gf} + \gamma_0 - F; \text{ dónde}$$

$\Delta_{gf}$  es la anomalía de aire libre

$\gamma_0$  es el valor de la gravedad normal referida al elipsoide GRS80.

$F$  = corrección de aire libre

- Verificación de 17 proyectos aerogravimétricos con respecto al [modelo combinado de información satelital y topografía](#) (SATOP, Zingerle et al. 2019). El valor más alto es de 40mGal en términos de perturbación de gravedad.

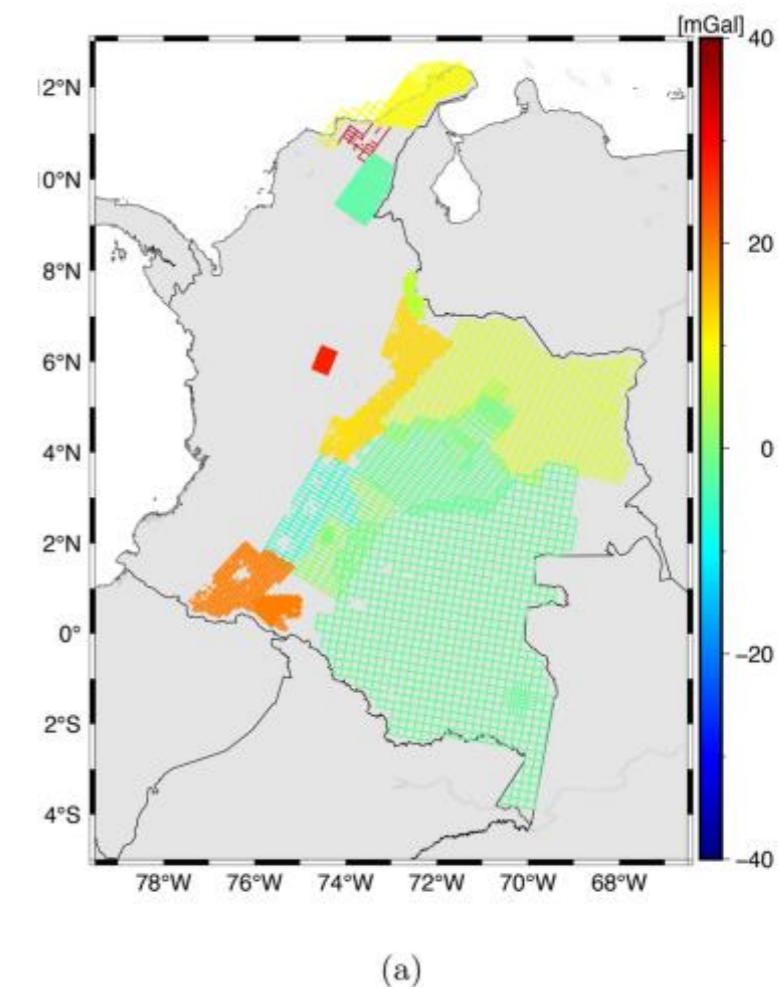


Figura 7. El sesgo estimado para cada encuesta aérea, es decir, las diferencias antes y después de eliminar los sesgos estimados en cada campaña. Fuente: Liu et al. (2024), High-resolution regional gravity field modeling, Figura 3, página 6.

## 4. Validación y verificación de datos gravimétricos

### Aerogravimetría

- Análisis de cruces en cada proyecto aerogravimétrico (por ejemplo, Forsberg y Olesen 2010).
- Se aplica un filtro gaussiano de *low pass* a lo largo de la trayectoria (ver Willberg et al. 2020) a los datos aéreos para reducir el ruido de alta frecuencia.
- Para verificar posibles errores sistemáticos, los datos aéreos se evalúan en comparación con el modelo SATOP (Zingerle 2022).

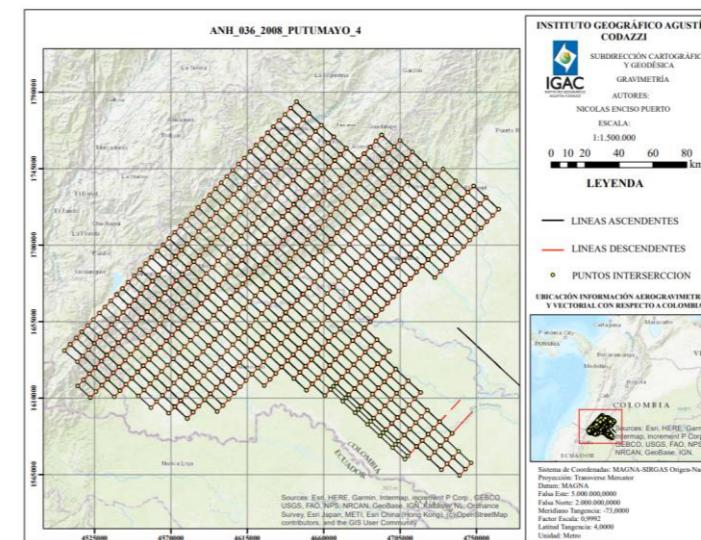


Figura 8. Cruces proyecto aerogravimétrico. Fuente: IGAC

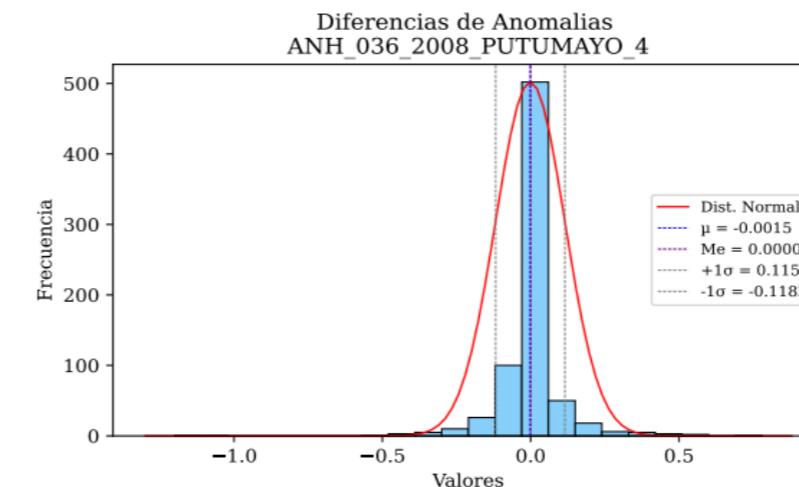


Figura 9. Diferencias de anomalías de aire libre. Fuente: IGAC

El RMS está en rango de 0.23 mGal a 2.40 mGal con un valor medio de 0.67 mGal.

## 4. Validación y verificación de datos gravimétricos

### Aerogravimetría

- Las diferencias de gravedad tienen un valor medio de **8.38 mGal** y una desviación estándar de **16.70 mGal**.
- La mayoría de los levantamientos muestran desviaciones estándar menores a **20 mGal** respecto a SATOP, lo cual es aceptable.
- Debido a la alta densidad de los datos aéreos (**1,775,140 puntos**), el uso completo de los datos generó una matriz de diseño de 399 GB.
- Para reducir el tamaño, se muestran los datos a una resolución espacial **promedio de 5 km**, tomando un dato cada cien observaciones en 16 proyectos.
- Tras corregir el sesgo y reducir el muestreo, también se realiza la detección de valores atípicos, igual que en los datos terrestres.

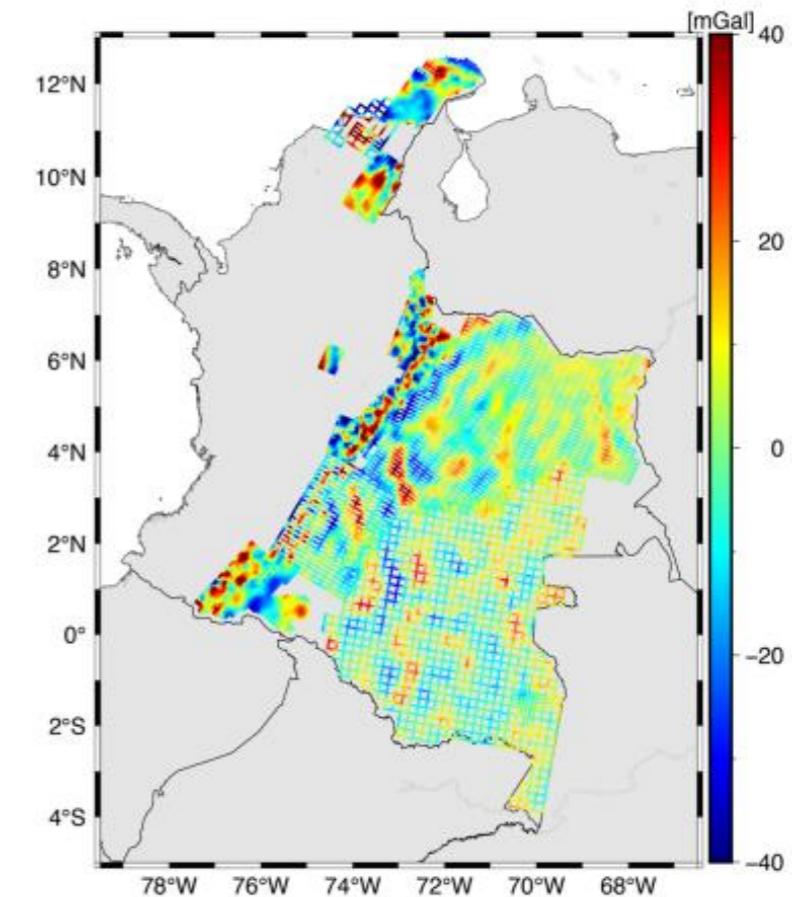


Figura 10. b diferencias entre los datos de gravedad en el aire después de eliminar el sesgo estimado en cada sondeo y el modo SATOP.. Fuente: Liu et al. (2024), High-resolution regional gravity field modeling, Figura 3, página 6.

## 4. Validación y verificación de datos gravimétricos

### Altimetría Satelital

- En la zona offshore, se utilizan datos de gravedad derivados de misiones de altimetría, específicamente la ultima versión del modelo de anomalía de gravedad DTU21GRA (Anderson, comunicación personal, 2022).
- La gravimetría satelital y los datos de altimetría satelital se combinan con datos terrestres y aerotransportados regionales, y se consideran las partes **de longitud de onda** muy corta al incluir modelos topográficos actualizados.

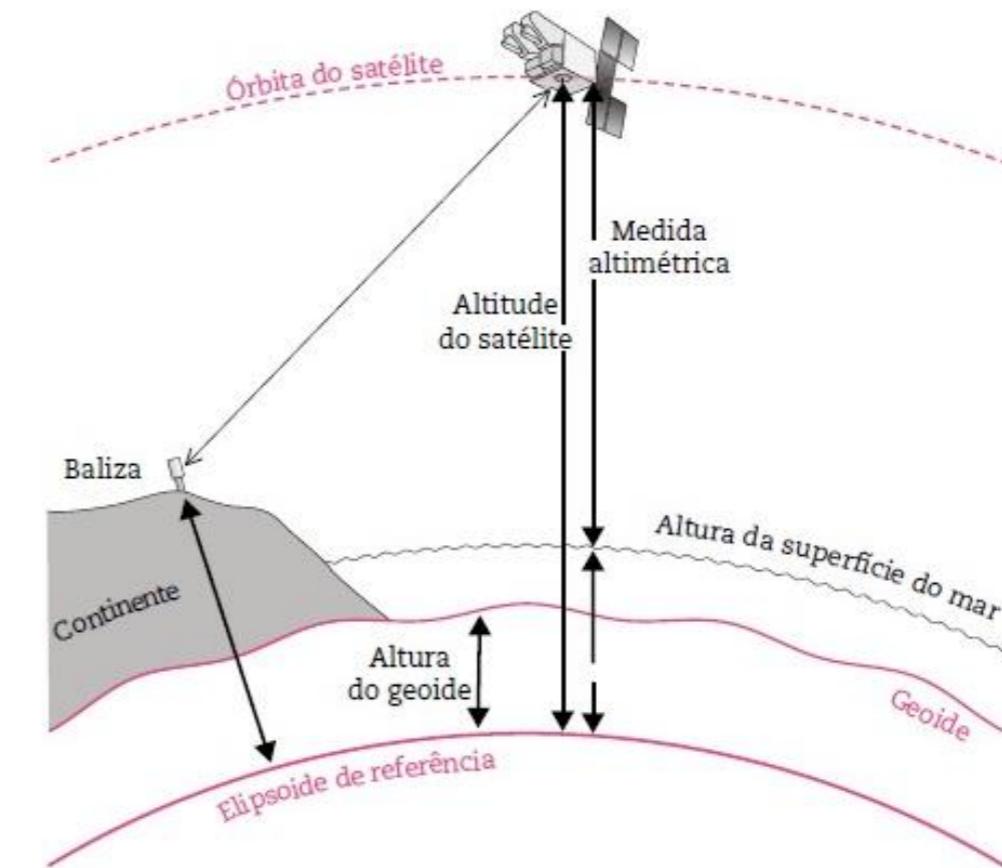


Figura 11, Altimetría satelital. Fuente: imagem retirada do livro 82 resumos geológicos

## 5. Metodología para el cálculo

### Función de Base Radial Esférica (SRBF)

- Estas funciones son una herramienta para el **modelado del campo de la gravedad** regional que permite considerar la heterogeneidad de diferentes fuentes de datos. En general una SRBF, entre un punto de observación  $P$  y un punto de malla  $P_k$  en una esfera con radio  $R$  se define mediante la serie de Legendre.

$$B(x, x_k) = \sum_{n=0}^{n_{\max}} \frac{2n+1}{4\pi} \left( \frac{R}{r} \right)^{n+1} B_n P_n (r_T r_k) \quad (2)$$

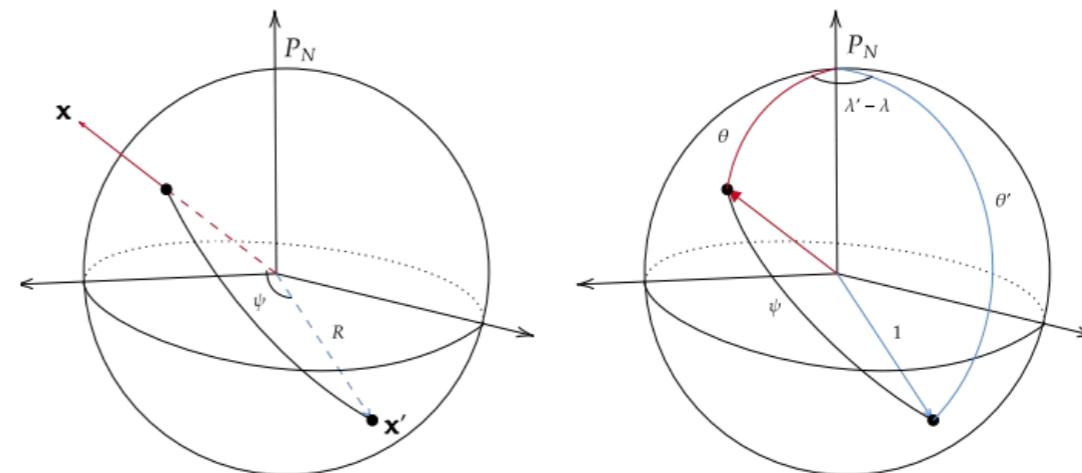


Figura 12, Funciones de base Radial Esférica

## 5. Metodología para el cálculo

### Modelo de estimación

- Se configura un modelo de Gauss-Markov para la estimación de coeficientes desconocidos.

$$\mathbf{y}_p + \mathbf{e}_p = \mathbf{A}_p \mathbf{d} \quad \text{con} \quad \Sigma_{\mathbf{y}_p} = \sigma_p^2 \mathbf{P}_p^{-1}$$

- Los factores de varianza  $\sigma_p^2$   $\sigma_\mu^2$  se determinan mediante la estimación de componentes de varianza (VCE, Koch y Kusche (2002)). Los elementos diagonales de la matriz de covarianza  $\Sigma_d$ , es decir, las varianzas, proporcionan información sobre la incertidumbre de los coeficientes estimados

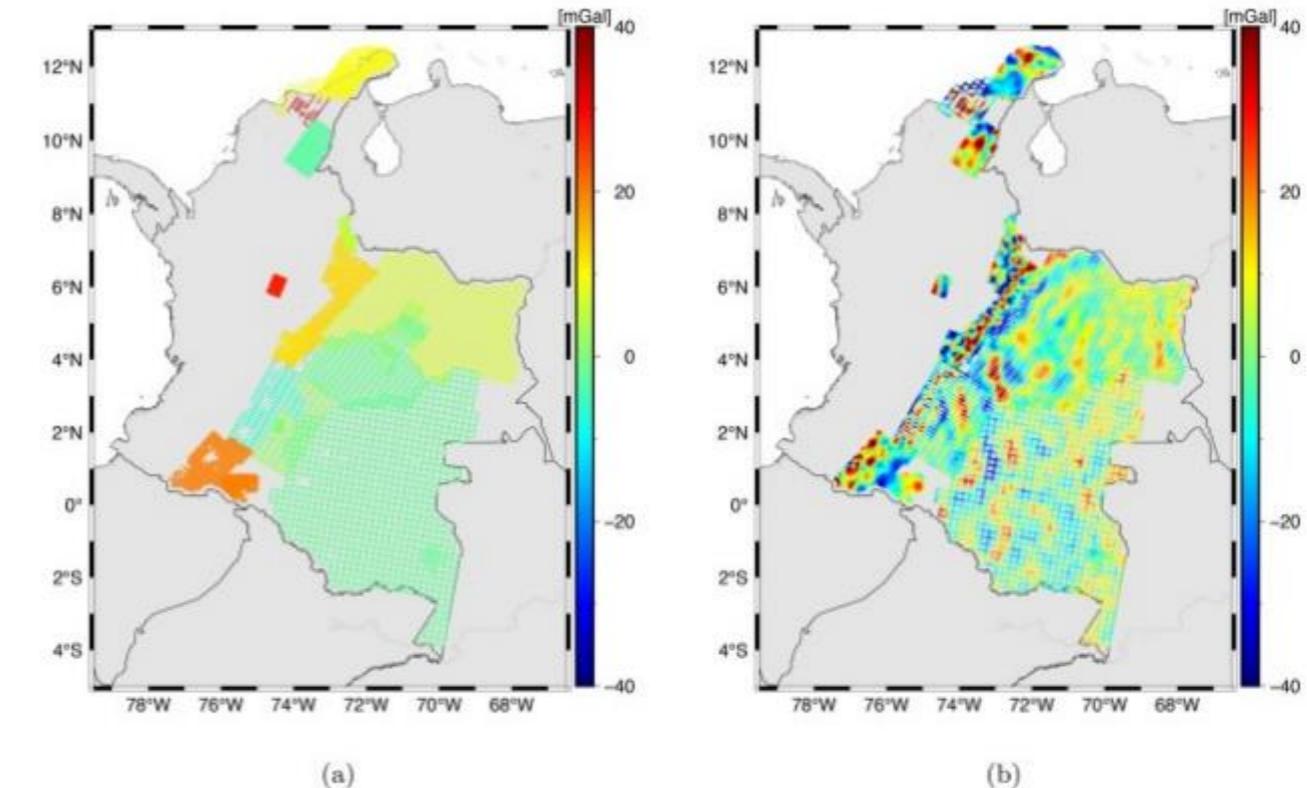


Figura 13. El sesgo estimado para cada encuesta aérea, es decir, las diferencias antes y después de eliminar los sesgos estimados en cada campana; b diferencias entre los datos de gravedad en el aire después de eliminar el sesgo estimado en cada sondeo y el modo SATOP. Fuente: Liu et al. (2024), High-resolution regional gravity field modeling, Figura 4, página 9.

## 5. Metodología para el cálculo

### ***Remove - Compute - Restore***

Se aplica, donde  $\delta g$  son las observaciones de gravedad,  $\delta gGGM$  es el componente de longitud de onda larga de un GGM, y  $\delta gtopo$  representa los efectos topográficos de alta frecuencia de un modelo topográfico.  $\delta g$  es la parte restante después del paso de eliminación, que sirve como entrada para el modelo de estimación.

### ***Configuración del modelo***

Hay cuatro factores de las Funciones de Base Radial Esférica (SRBFs) que influyen en el resultado del modelado y, por lo tanto, deben especificarse, a saber:

- (1) el ancho de banda, es decir, el grado máximo de expansión,
- (2) las ubicaciones de las SRBFs,
- (3) el tipo de las SRBFs, y
- (4) las extensiones de la zona de datos para reducir los efectos de borde.

## 5. Metodología para el cálculo

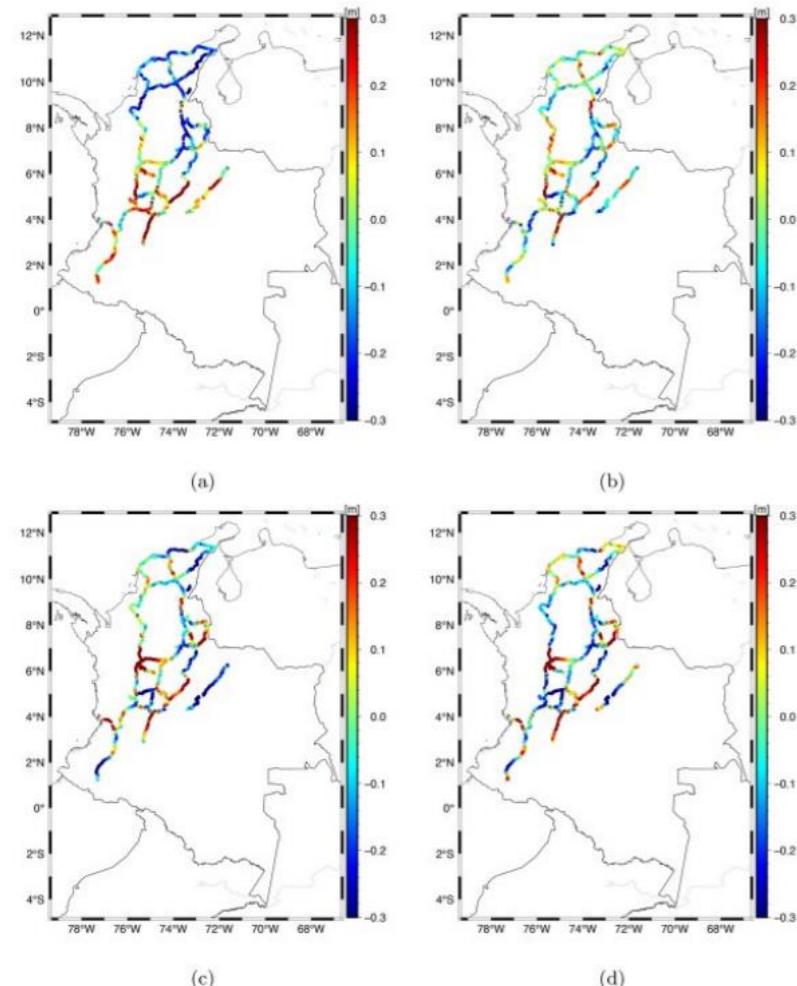


Figura 14. Diferencias entre QGeoidCOL2023 y los datos de GPS/nivelaciion a)antes y b) despues de aplicar el modelo de corrección de 7 parámetros, y las diferencias entre QGEOID2021 y los datos de GPS/nivelacion c) antes y d) despues de aplicar el modelo de corrección de 7 parámetros. Tenga en cuenta que para los gráficos antes de aplicar la superficie de corrección, los valores medios se han eliminado. Fuente: Liu et al. (2024), High-resolution regional gravity field modeling, Figura 7, página 14.

Tabla 2. Comparación entre el modelo gravimétrico regional de quasi-geoide y los datos de GPS/nivelación (unidad [cm])  
Fuente: Liu et al. (2024), High-resolution regional gravity field modeling, Figura 7, página 14.

	QGeoidCOL2023				QGEOID2021			
	Min	Max	Mean	STD	Min	Max	Mean	STD
Before correction	-46.14	87.74	19.21	21.27	-57.92	84.37	13.89	27.22
planar correction	-76.65	58.70	0.00	16.54	-80.84	73.50	0.00	26.63
polynomial correction	-72.44	60.94	0.00	16.08	-83.48	72.90	0.00	24.57
4-parameter correction	-76.33	58.40	0.00	16.55	-81.78	70.55	0.00	24.98
5-parameter correction	-73.25	58.09	0.00	16.35	-82.12	71.24	0.00	24.93
7-parameter correction	-76.06	65.21	0.00	15.76	-85.37	72.93	0.00	24.51

## 6. Validación GPS/Leveling

- El modelo de cuasi-geoide calculado, denominado QGeoid-COL2023, se valida utilizando los 3025 puntos de datos GPS/nivelación tanto en términos absolutos como relativos.
- En la evaluación absoluta, los valores de anomalía de altura calculados se comparan directamente con los datos de GPS/nivelación punto por punto.
- Es importante mencionar que las diferencias entre [QGeoidCOL2023](#) y los datos de GPS/nivelación contienen no solo el error de calculo de la altura del cuasi-geoide gravimétrico, sino también errores en la altura elipsoidal y de nivelación. Además, los datos de GPS/nivelación se distribuyen principalmente en el área montañosa del oeste de Colombia, donde no hay datos de gravedad aérea disponibles y existen grandes lagunas en los datos terrestres

## 7. QGeoidCOL2023+Nivelación

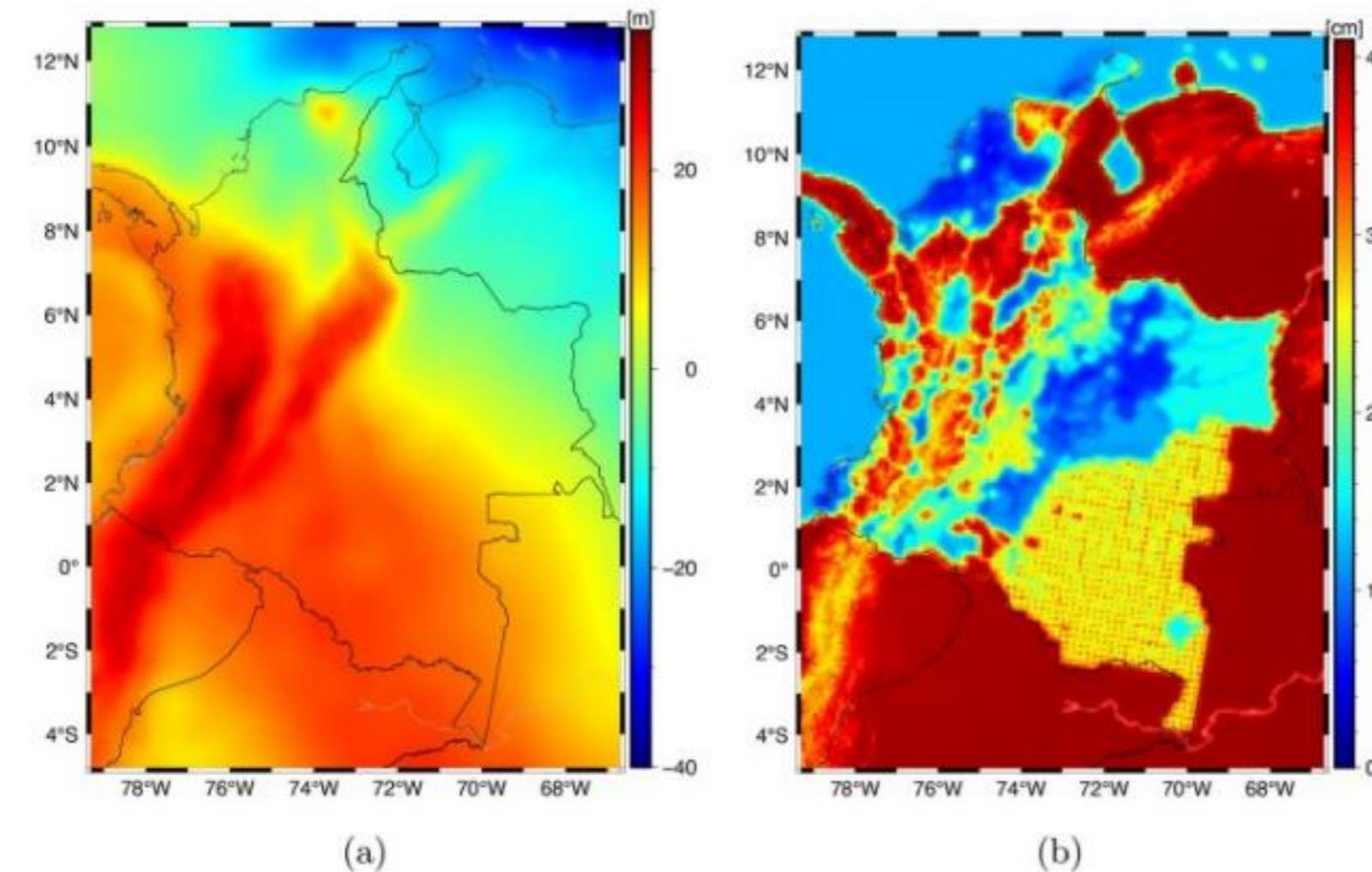


Figura 15. Modelo cuasi-geoidal QGeoiCOL2023 y mapa de desviación estándar. Fuente: Liu et al. (2024), High-resolution regional gravity field modeling, Figura 7, página 14.

La desviación obtenida por QGeoidCOL2023 es de 15.76 cm en comparación con los datos GPS/nivelación. Cabe mencionar que este valor de también contiene incertidumbres y errores del conjunto de datos GPS/nivelación, que no se espera que sean de alta precisión y que se encuentran principalmente en el área montañosa donde no existen datos.

# Importancia del modelo cuasi-geoidal para catastro multipropósito

- **Proceso de ortorrectificación:** uso de alturas para corregir la distorsión de la perspectiva y del terreno en las imágenes aéreas de drones y de satélites.
- **Ortoimagen:** mosaico de imágenes a las cuales se les ha eliminado la inclinación del sensor y al **relieve del terreno**.
- **Modelos Digitales de Terreno:** validación del producto con algunos vértices que tiene **alturas ortométricas**.
- Levantamientos topográficos con fines catastrales usando GNSS.
- Definición de accidentes naturales.
- Cotas de inundación.
- Gestión del riesgo.
- Minimización de costos de nivelación

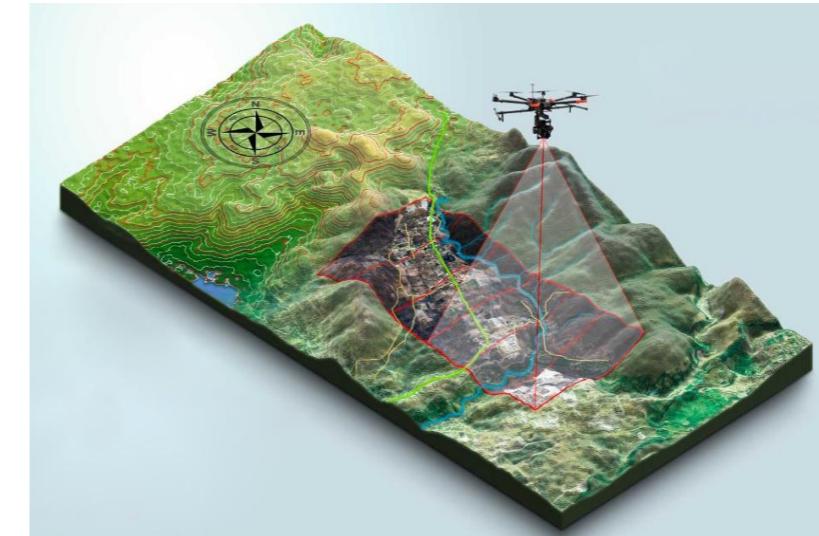


Figura 16, <https://arquidron.com/2020/01/11/topografia-con-drones-que-es-y-como-realizarla/>

## 6. Conclusiones

- Se desarrolló el primer modelo de cuasi-geoide de alta resolución para Colombia, el QGeoidCOL2023, que supera los modelos previos en precisión, con una desviación estándar (STD) de **15.76 cm**.
- El modelo QGeoidCOL2023 ofrece una precisión superior a la de cinco modelos globales de gravedad (GGMs) recientes, con un error medio de **21.67 cm**, un 37% mayor que el del cuasi-geoide colombiano.
- Se desarrollaron estrategias robustas para procesar datos de gravedad y corregir errores sistemáticos y atípicos en mediciones históricas, lo que permitió una estimación más precisa del campo gravitacional regional.
- QGeoidCOL2023 fue validado con datos GPS/nivelación, mostrando una alta precisión. También se comparó favorablemente con modelos de cuasi-geoide y GGMs en toda el área de estudio, evidenciando la validez de los métodos empleados.

## 6. Conclusiones

- Se identificaron mejoras significativas al incorporar datos de gravedad aérea y anomalías derivadas de la altimetría DTU21GRA, especialmente en áreas offshore, donde faltaban datos gravimétricos directos.
- Este modelo de cuasi-geoide es el más confiable para la determinación de sistemas de altura basados en el geopotencial (IERS) en Colombia y demuestra que la refinación del campo de gravedad regional es preferible a los modelos globales de alta resolución.

# Autores

**Qing Liu**, Dr.-Ing., Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut (DGFI-TUM), Technical University of Munich, Arcisstrasse 21, 80333 Munich, Germany.

**Michael Schmidt**, Dr.-Ing., Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut (DGFI-TUM), Technical University of Munich, Arcisstrasse 21, 80333 Munich, Germany.

**Laura Sánchez**, Dr.-Ing., Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut (DGFI-TUM), Technical University of Munich, Arcisstrasse 21, 80333 Munich, Germany. Email: lm.sanchez@tum.de.

**Leidy Moisés**, Especialista en Geomática, Instituto Geográfico Agustín Codazzi (IGAC), Colombia. Email: leidyjohanna.moises@igac.gov.co.

**Diego Cortés**, Ingeniero Catastral y Geodesa, Instituto Geográfico Agustín Codazzi (IGAC), Colombia. Email: diego.cortes@igac.gov.co.

# Referencias Bibliográficas

- [High-resolution regional gravity field modeling in data-challenging regions for the realization of geopotential-based height systems | Earth, Planets and Space](#)
- Altamimi Z, Rebischung P, Collilieux X, Métivier L, Chanard K (2023) ITRF2020: an augmented reference frame refining the modeling of nonlinear station motions. *J Geodesy* 97(5):47
- Drewes H, Kuglitsch F, Adám J, R'ozsa S (2016) The geodesists' handbook 2016. *J Geodesy* 90:907–1205.
- Forste C, Bruinsma S, Abrikosov O, Lemoine JM, Marty JC, Flechtner F, Balmino G, Barthelmes F, Biancale R (2014) EIGEN-6C4-The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 2190 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse.
- IGAC (Instituto Geográfico Agustín Codazzi) (2004) Adopción del Marco Geocéntrico Nacional de Referencia MAGNA-SIRGAS como Datum oficial de Colombia.
- Sánchez L, Rodriguez M, Ibarra M, Schmith S, Klees R (2021) An investigation of the local gravity field modeling using spherical radial basis functions with GOCE data. *Geophys J Int* 225(2):1064–1078

**¡Gracias!  
Thank you!  
Obrigado!**



SERVICIO  
GEOLÓGICO  
COLOMBIANO

