

Perspectivas de la Red de Gravedad Boliviana

Insights from the Bolivian Gravity Network

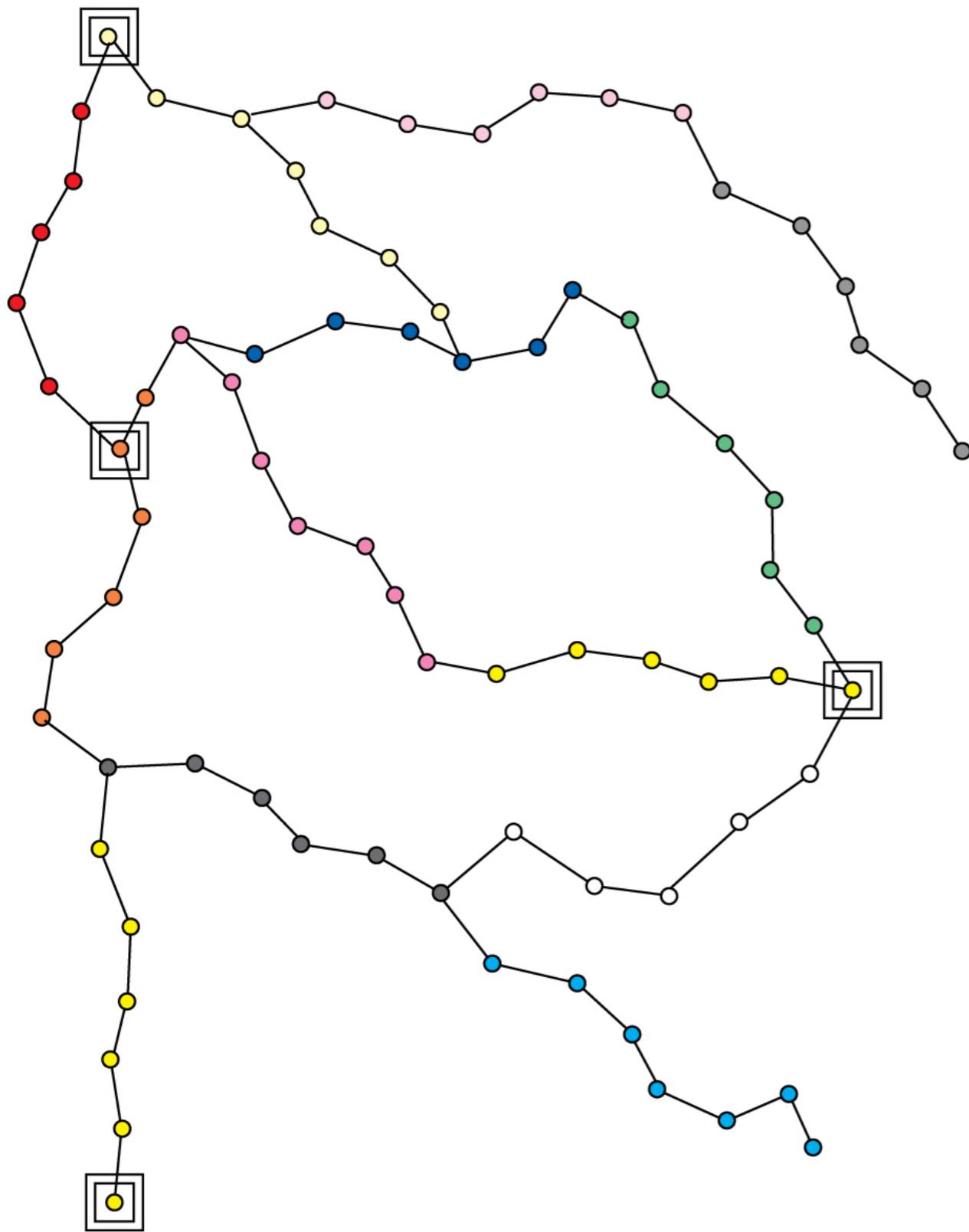
M. Bevis , A. Echalar, F. Sobrero, D. Gómez, K. Ahlgren, J. Heck,
P.A. Montenegro, L. Contreras, C. Jekeli, J.Y. Guo, E. Kendrick

Outline of this talk

- A “high redundancy” strategy for gravity measurement
- The Earth Gravitation Model EGM2008
- The Bolivian gravity network
- EGM2008 model prediction error in Bolivia

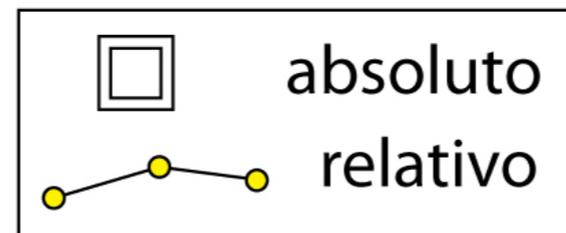
Esquema de esta charla

- Una estrategia de "alta redundancia" para la medición de la gravedad
- El modelo EGM2008
- La red de gravedad boliviana
- Error de predicción del modelo EGM2008 en Bolivia



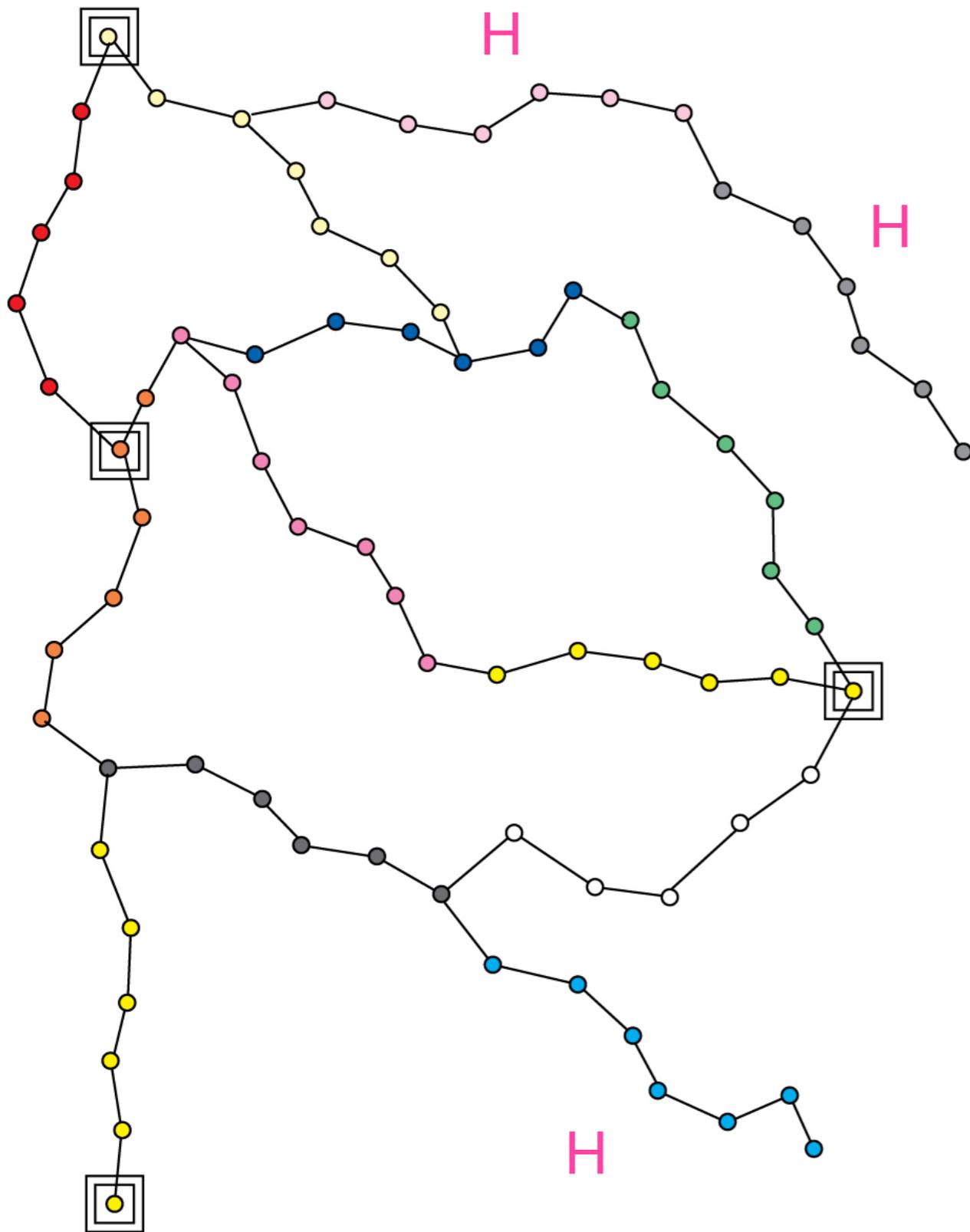
A surface gravity network is formed by combining a dense relative gravity network and a sparse absolute gravity network.

Una red de gravedad consiste de una red dispersa de gravedad absoluta y una red densa de gravedad relativa.



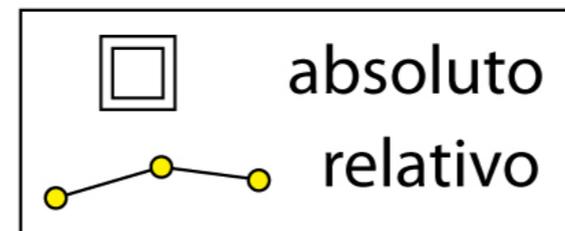
Our goal, when we began the Bolivian gravity network, was to keep the standard errors $\sigma_g < 0.5$ mgals at the *weakest* stations

Nuestro objetivo, cuando comenzamos la red de gravedad boliviana, era mantener los errores estándar $\sigma_g < 0,5$ mgals en las estaciones *más débiles*



H = a hanging survey line

H = una línea colgada



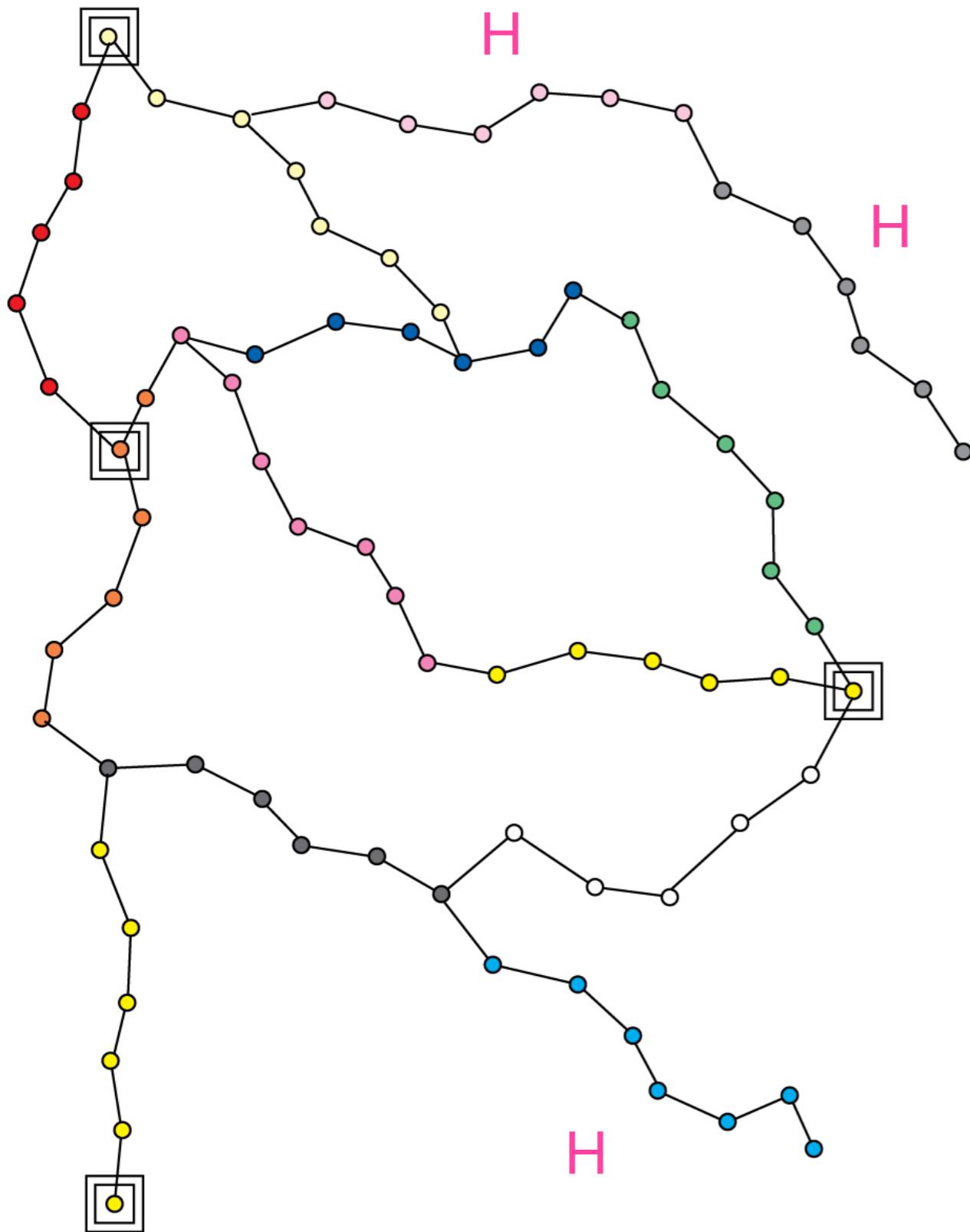
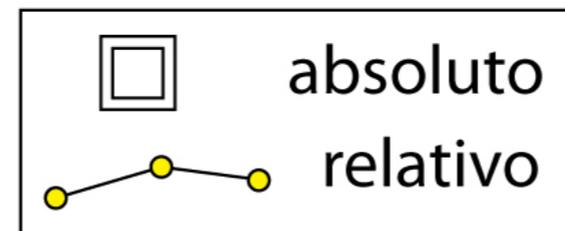
Our goal, when we began the Bolivian gravity network, was to keep the standard errors $\sigma_g < 0.5$ mgals at the *weakest* stations

Nuestro objetivo, cuando comenzamos la red de gravedad boliviana, era mantener los errores estándar $\sigma_g < 0,5$ mgals en las estaciones *más débiles*

the weakest station in the network
la estación más debil

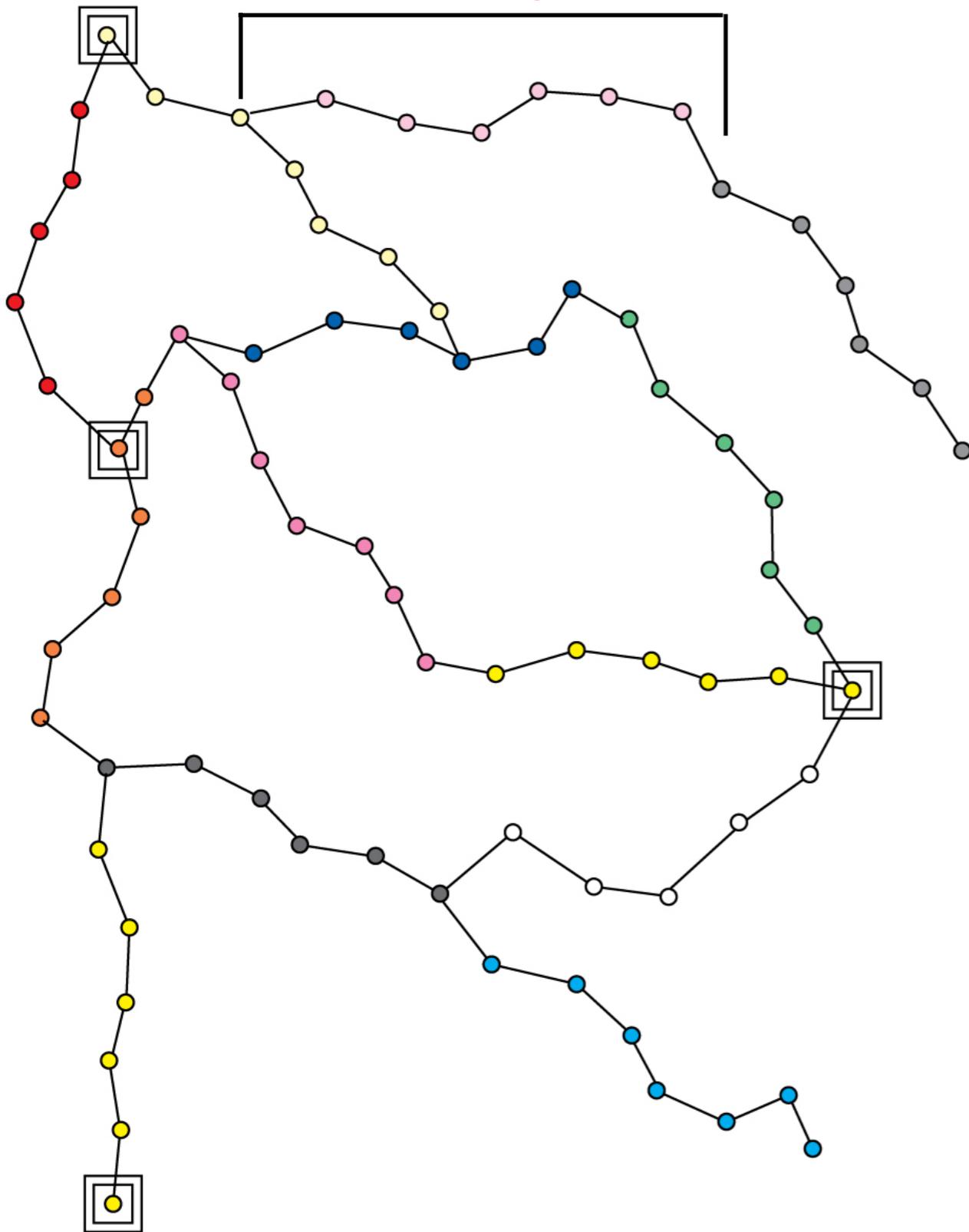
H = a hanging survey line

H = una línea colgada



survey line or segment

línea o segmento



Our strategy was to adopt a measurement protocol that minimizes the errors in the gravity solutions for each survey line or segment. This is the most basic component of a gravity survey.

Nuestra estrategia fue adoptar un protocolo de medición que minimice los errores en las soluciones de gravedad para cada línea o segmento de levantamiento. Este es el componente más básico de un estudio de gravedad

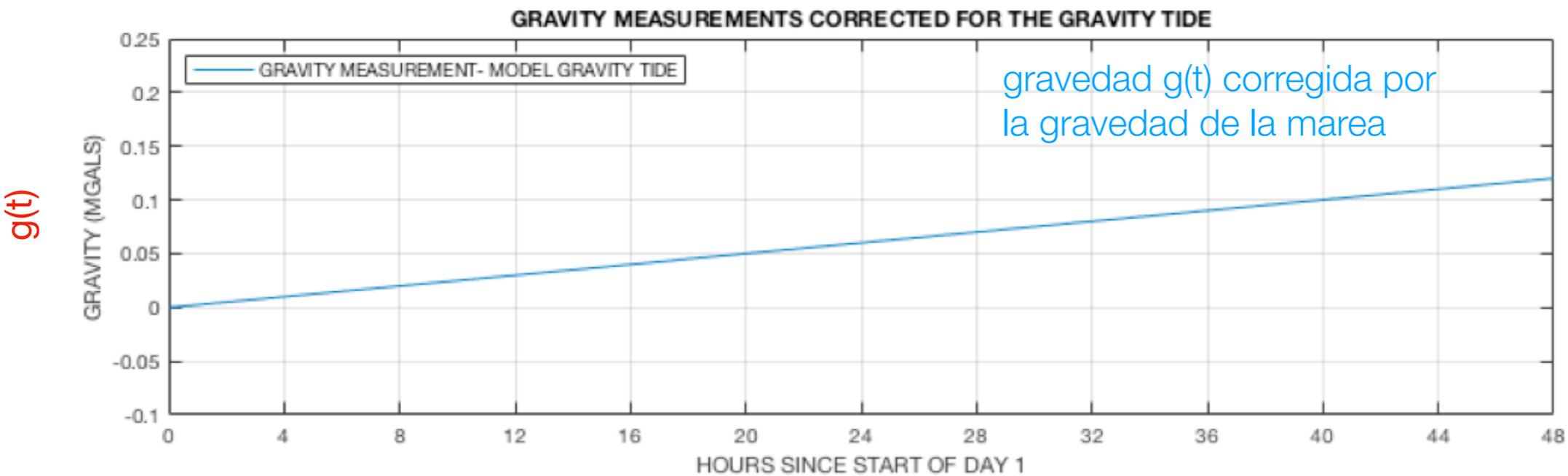
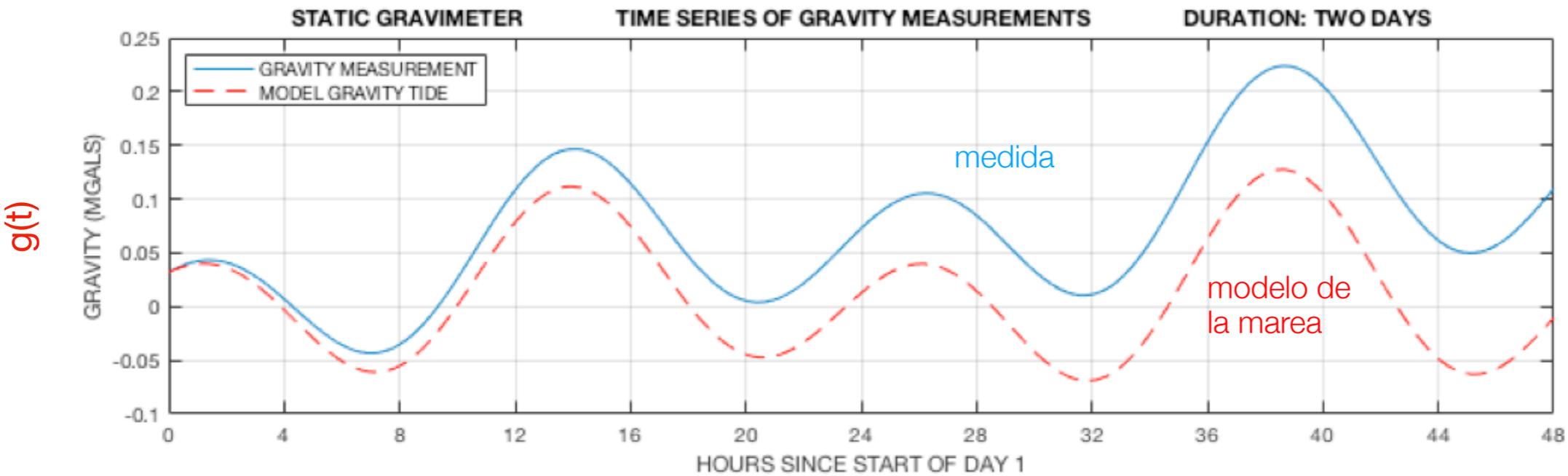
Each survey line or segment must be closed, by making one or more repeat observations, in order to estimate the gravimeter drift rate.

Cada línea o segmento debe cerrarse, haciendo una o más observaciones repetidas, para estimar la tasa de deriva del gravímetro.

Why must we close each survey segment?
Because of drift.

¿Por qué debemos cerrar cada segmento?
Por deriva.

Una serie temporal de mediciones de gravedad realizadas por un gravímetro estático

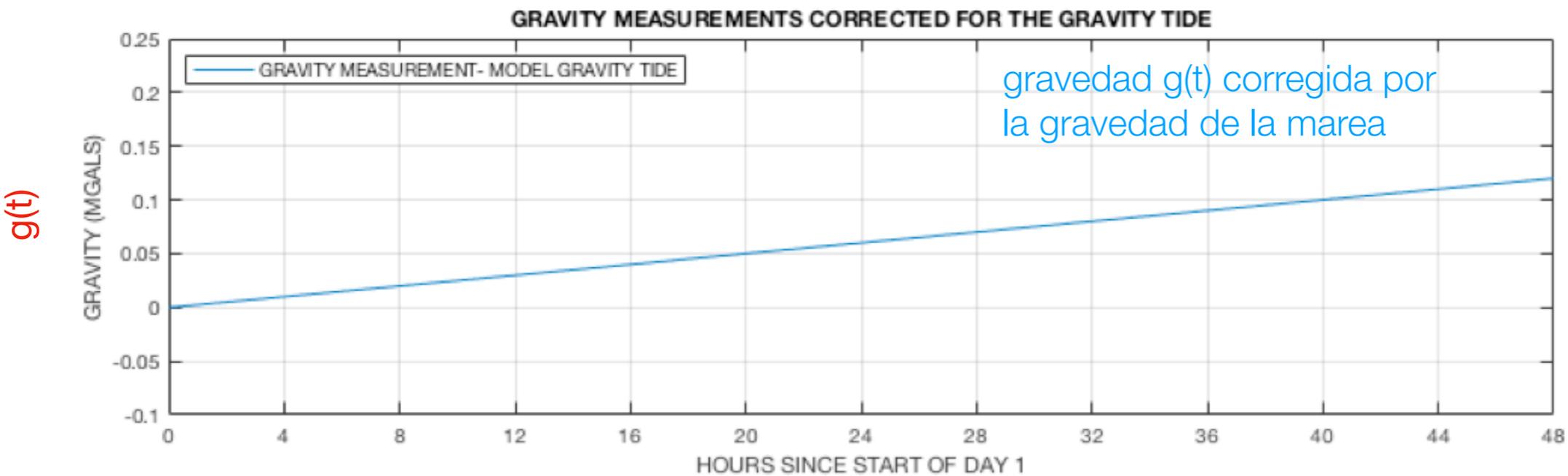
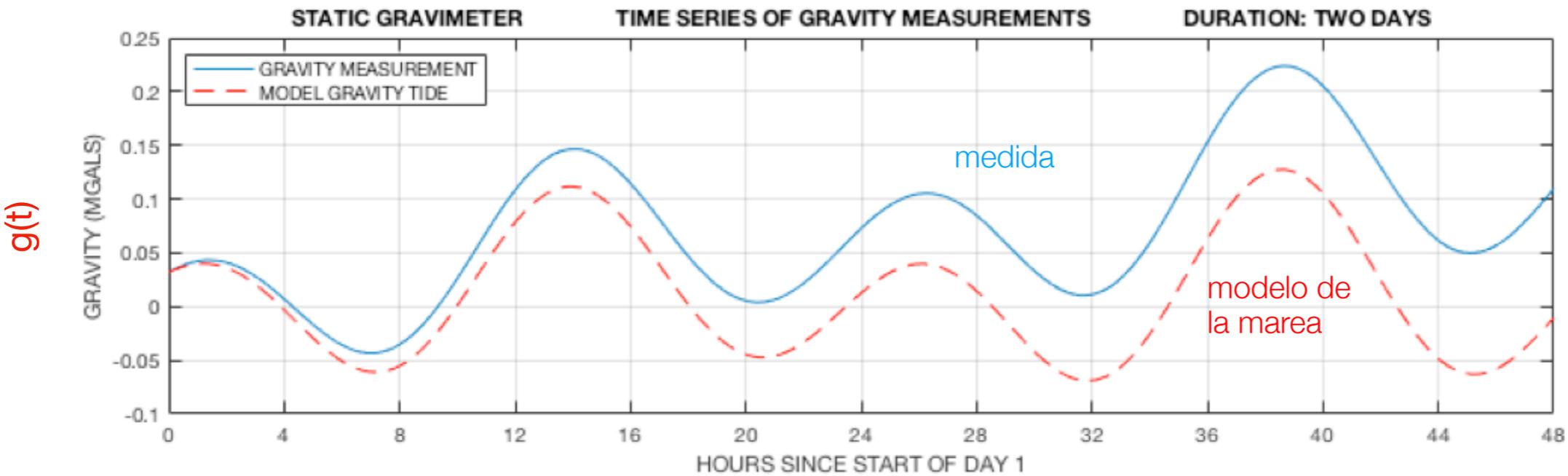


this change in g is not real: it is instrumental drift
este cambio en g no es real: es deriva instrumental

Why must we close each survey segment?
Because of drift.

¿Por qué debemos cerrar cada segmento?
Por deriva.

Una serie temporal de mediciones de gravedad realizadas por un gravímetro estático



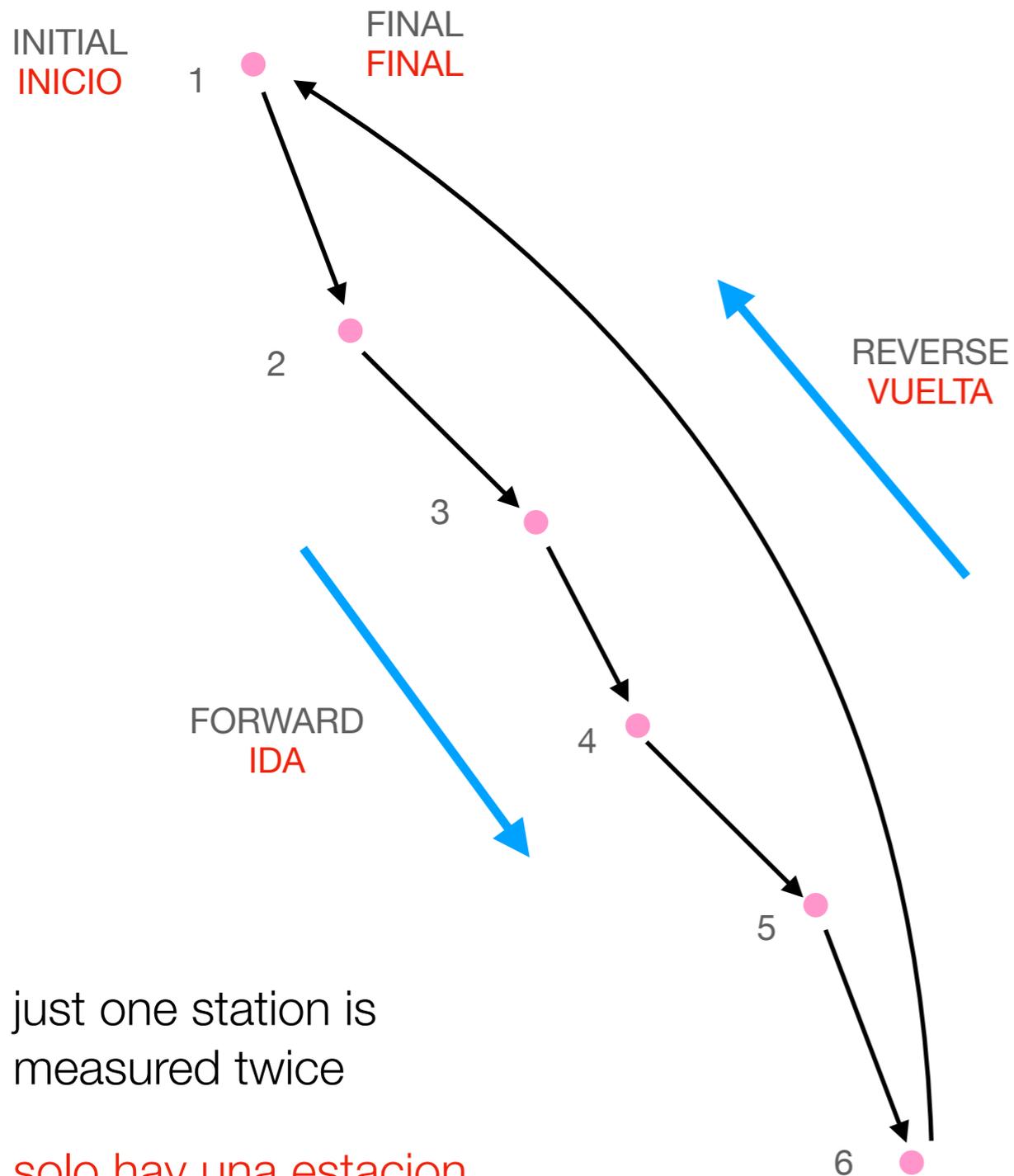
this change in g is not real: it is instrumental drift
este cambio en g no es real: es deriva instrumental

We must estimate the drift rate (r) of each gravimeter every day or two, to remove this drift from our measurements.

Debemos estimar la tasa de deriva (r) de cada gravímetro cada día o dos, para eliminar esta deriva de nuestras mediciones.

The traditional approach to estimating the drift rate

El enfoque tradicional para estimar la tasa de deriva



just one station is measured twice

solo hay una estacion medido dos veces

Round trip (station 1 -> station 1)
total time = T

Ida y vuelta (estación 1 -> estación 1)
tiempo total = T

Estimate the drift rate, r :

Estima la tasa de deriva, r :

$$r = \frac{g_1^{\text{final}} - g_1^{\text{inicio}}}{T}$$

(Where the gravity readings have already been corrected for tides).

(Donde las lecturas de gravedad ya han sido corregidas por mareas).

What's the problem?

¿Cuál es el problema?

What are we *really* measuring?

Since there is no absolute station in the line, we are really measuring relative gravity Δg^m

¿Qué estamos *midiendo realmente*?

Como no hay una estación absoluta en la línea, en realidad estamos midiendo la gravedad relativa Δg^m

6 mmeasurements

6 medidas

$\Delta g_{12}^m \quad \Delta g_{23}^m \quad \Delta g_{34}^m \quad \Delta g_{45}^m \quad \Delta g_{56}^m \quad \Delta g_{61}^m$

What are we estimating?

¿Qué estamos estimando?

6 unknowns

6 incógnitas

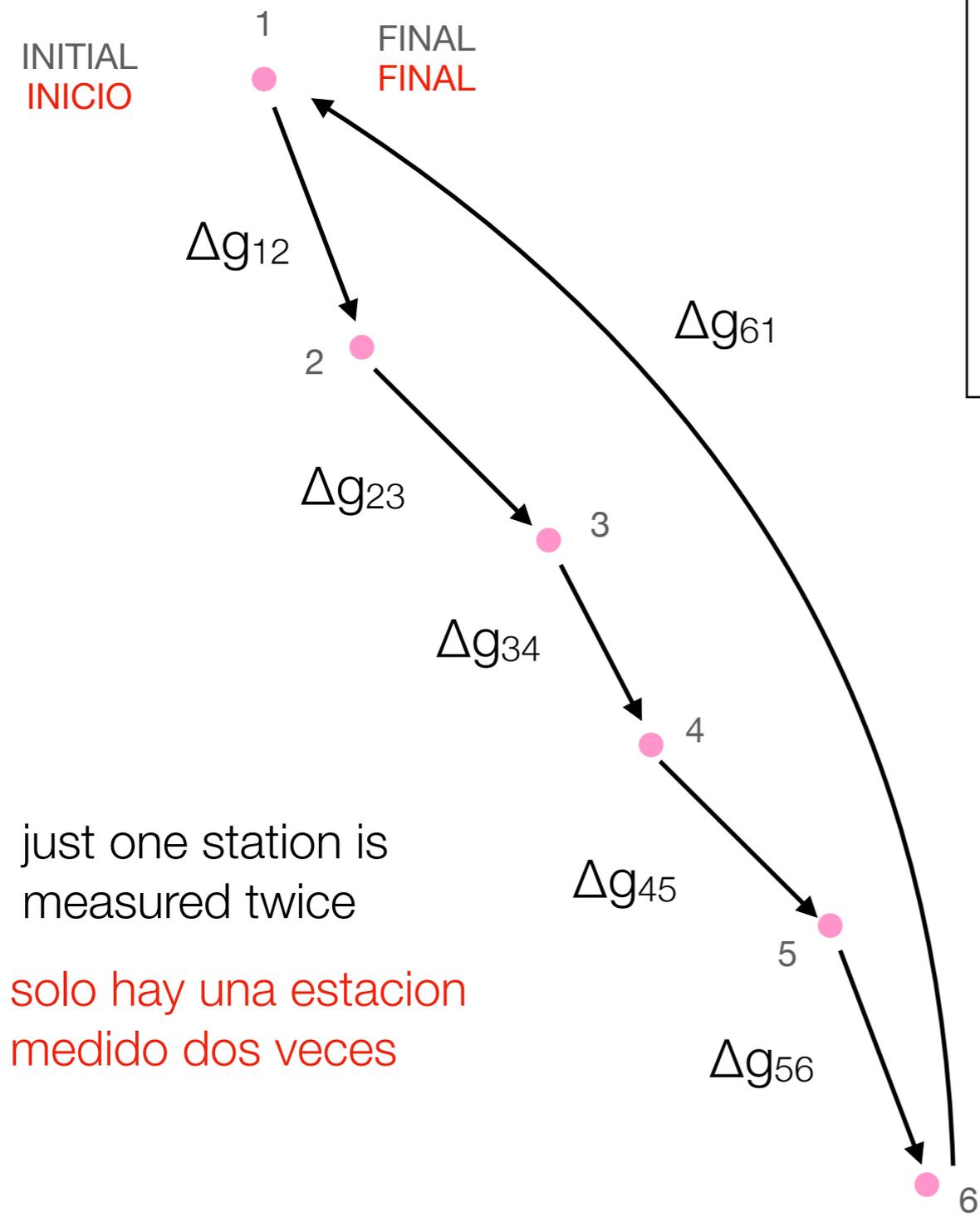
$\Delta g_{12} \quad \Delta g_{23} \quad \Delta g_{34} \quad \Delta g_{45} \quad \Delta g_{56} \quad r$

The problem: no redundancy!

unknowns = # knowns

El problema: ¡ no hay redundancia !

incógnitas = # conocidos



just one station is measured twice

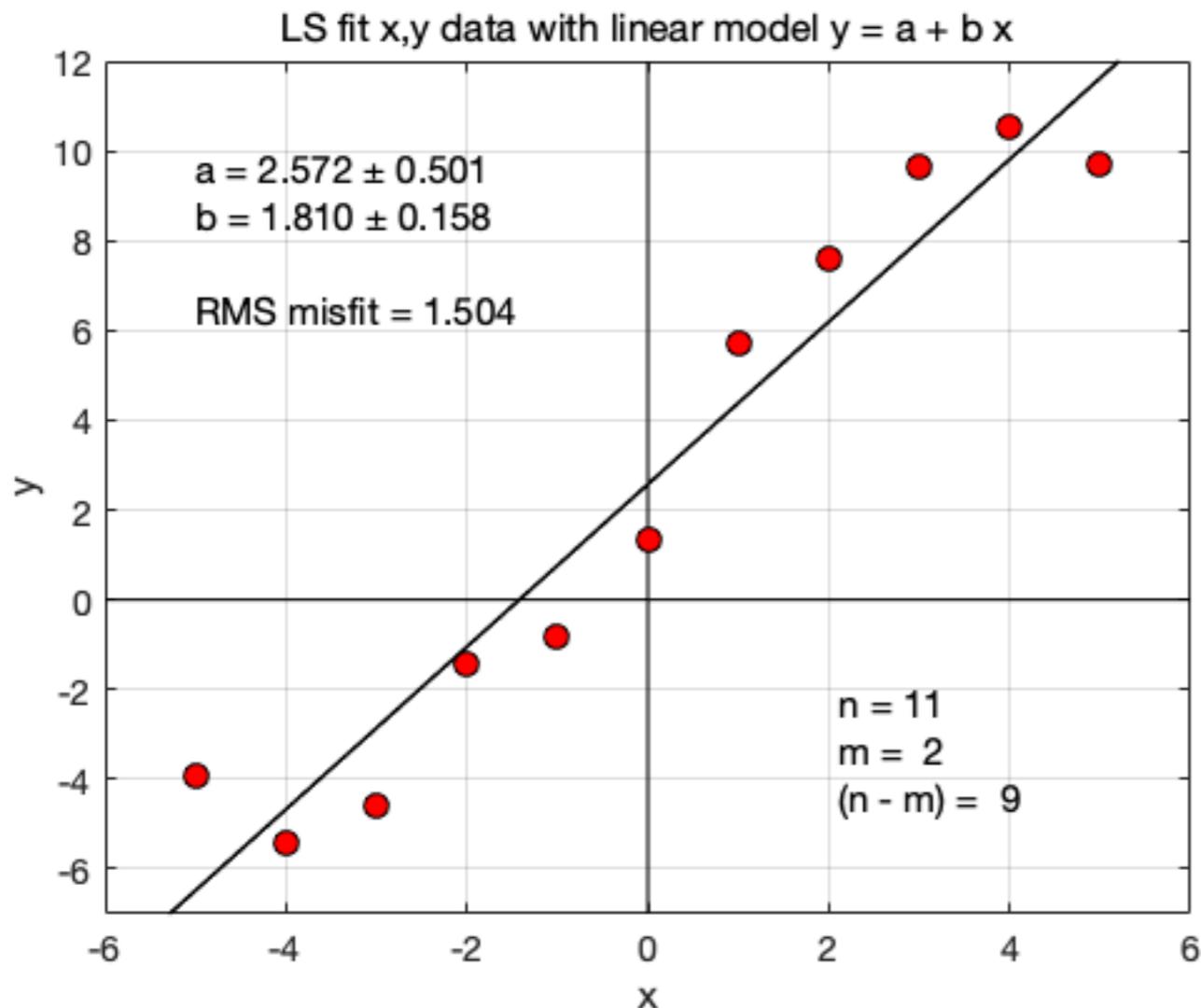
solo hay una estacion medido dos veces

$\Delta g_{61} = -\Delta g_{16} = -(\Delta g_{12} + \Delta g_{23} + \Delta g_{34} + \Delta g_{45} + \Delta g_{56})$

What's wrong with little or no redundancy?

¿Qué hay de malo con poca o ninguna redundancia?

Un ejemplo de modelado de datos usando mínimos cuadrados



The model $y = a + b x$ has 2 coefficients, **a** and **b**

El modelo $y = a + b x$ tiene 2 coeficientes, **a** y **b**

The RMS (or typical) misfit in y is 1.5

El desajuste RMS (o típico) en y es 1.5

number of observations, $n = 11$

number of coefficients in the model, $m=2$

number of independent residuals, $(n-m) = 9$

número de observaciones, $n = 11$

número de coeficientes en el modelo, $m=2$

número de residuos independientes, $(n-m) = 9$

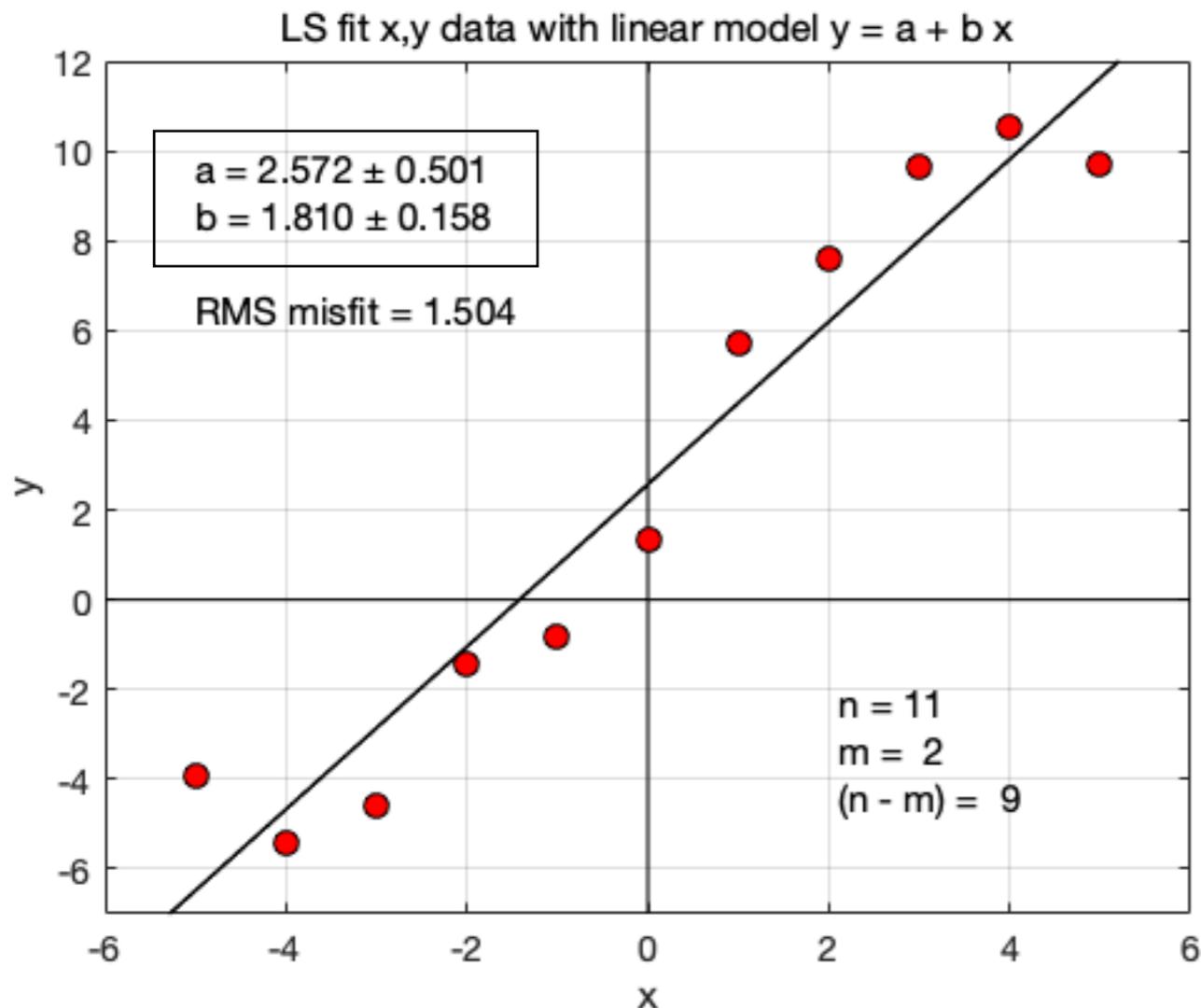
The quantity $(n-m)$ is often called the number of degrees of freedom in the residuals

La cantidad $(n-m)$ a menudo se llama el número de grados de libertad en los residuos

What's wrong with little or no redundancy?

¿Qué hay de malo con poca o ninguna redundancia?

Un ejemplo de modelado de datos usando mínimos cuadrados



The quantity $(n-m)$ is often called the number of degrees of freedom in the residuals

La cantidad $(n-m)$ a menudo se llama el número de grados de libertad en los residuos

The model $y = a + b x$ has 2 coefficients, **a** and **b**

El modelo $y = a + b x$ tiene 2 coeficientes, **a** y **b**

The RMS (or typical) misfit in y is 1.5

El desajuste RMS (o típico) en y es 1.5

number of observations, $n = 11$

number of coefficients in the model, $m=2$

number of independent residuals, $(n-m) = 9$

número de observaciones, $n = 11$

número de coeficientes en el modelo, $m=2$

número de residuos independientes, $(n-m) = 9$

The coefficients **a** and **b** are fairly well determined because $(n-m) \gg m$

Los coeficientes **a** y **b** están bastante bien determinados porque $(n-m) \gg m$

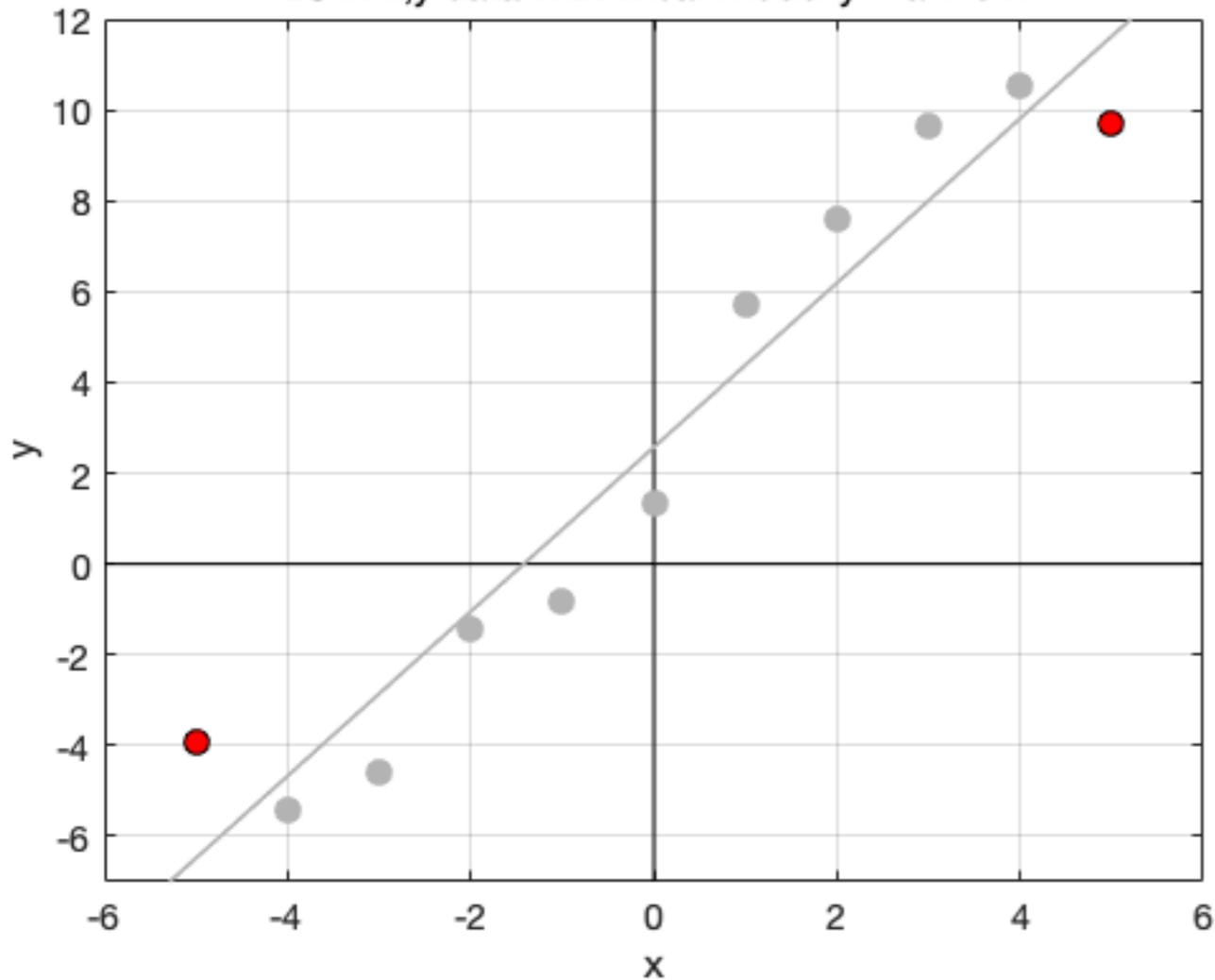
What's wrong with little or no redundancy?

¿Qué hay de malo con poca o ninguna redundancia?

What if we had just two of these data points?

¿Qué pasaría si tuviéramos solo dos de estos puntos de datos?

LS fit x,y data with linear model $y = a + b x$

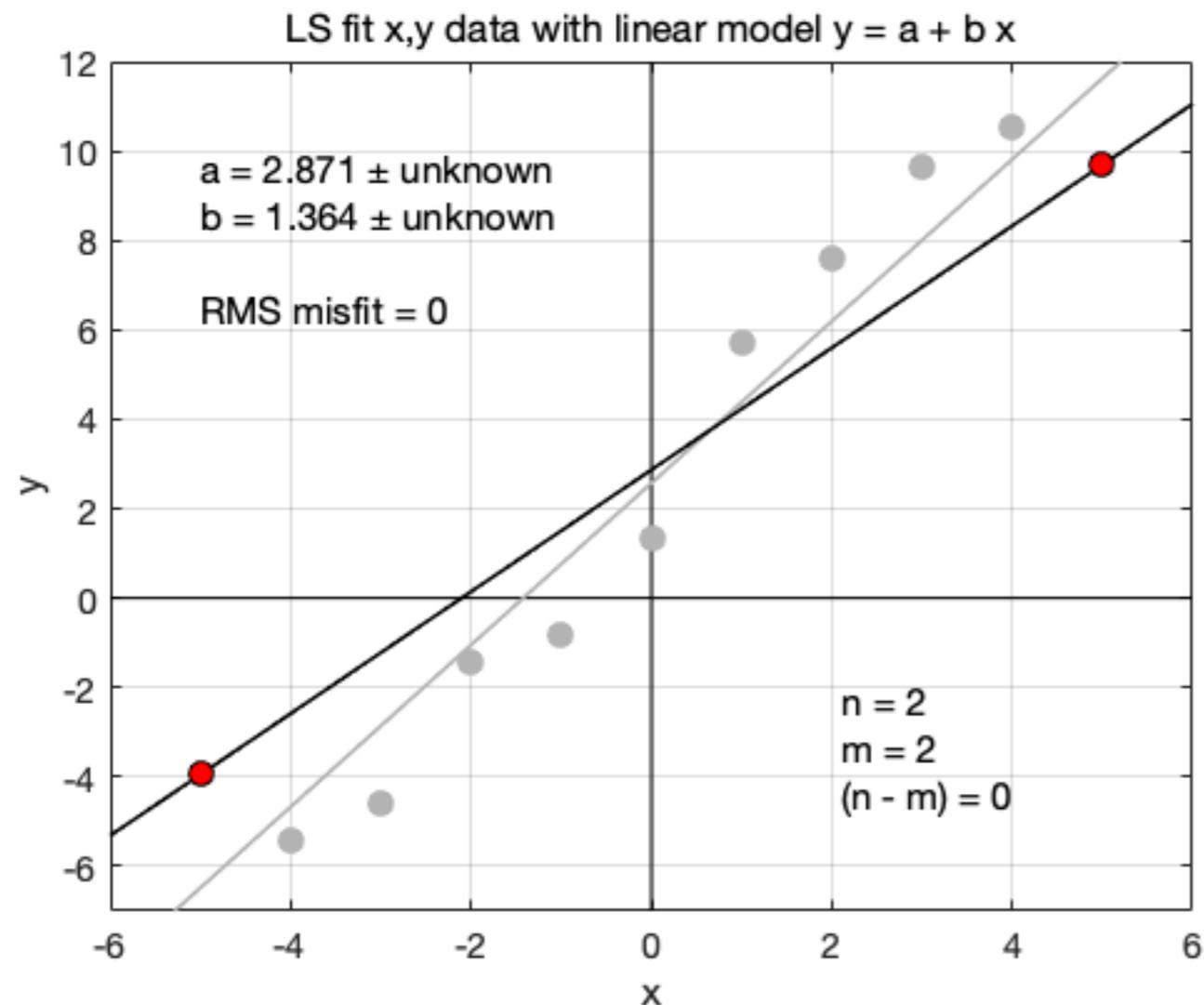


What's wrong with little or no redundancy?

¿Qué hay de malo con poca o ninguna redundancia?

What if we had just two of these data points?

¿Qué pasaría si tuviéramos solo dos de estos puntos de datos?



number of observations, $n = 2$
number of coefficients in the model, $m = 2$
number of independent residuals, $(n - m) = 0$

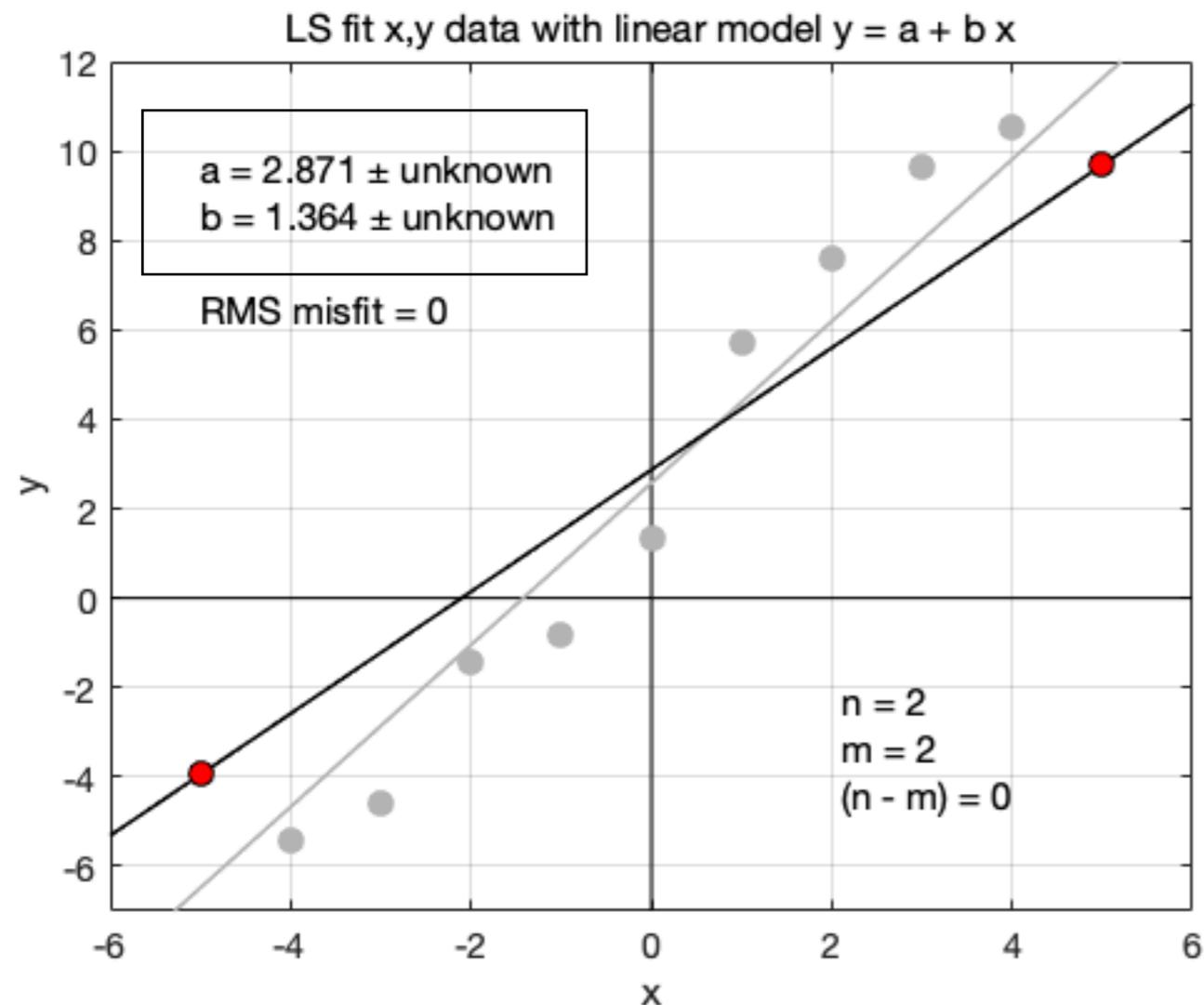
número de observaciones, $n = 2$
número de coeficientes en el modelo, $m = 2$
número de residuos independientes, $(n - m) = 0$

What's wrong with little or no redundancy?

¿Qué hay de malo con poca o ninguna redundancia?

What if we had just two of these data points?

¿Qué pasaría si tuviéramos solo dos de estos puntos de datos?



number of observations, $n = 2$
number of coefficients in the model, $m = 2$
number of independent residuals, $(n-m) = 0$

número de observaciones, $n = 2$
número de coeficientes en el modelo, $m = 2$
número de residuos independientes, $(n-m) = 0$

The fit of the line to the data is perfect!
But we can say nothing about the
uncertainty in **a** or **b**

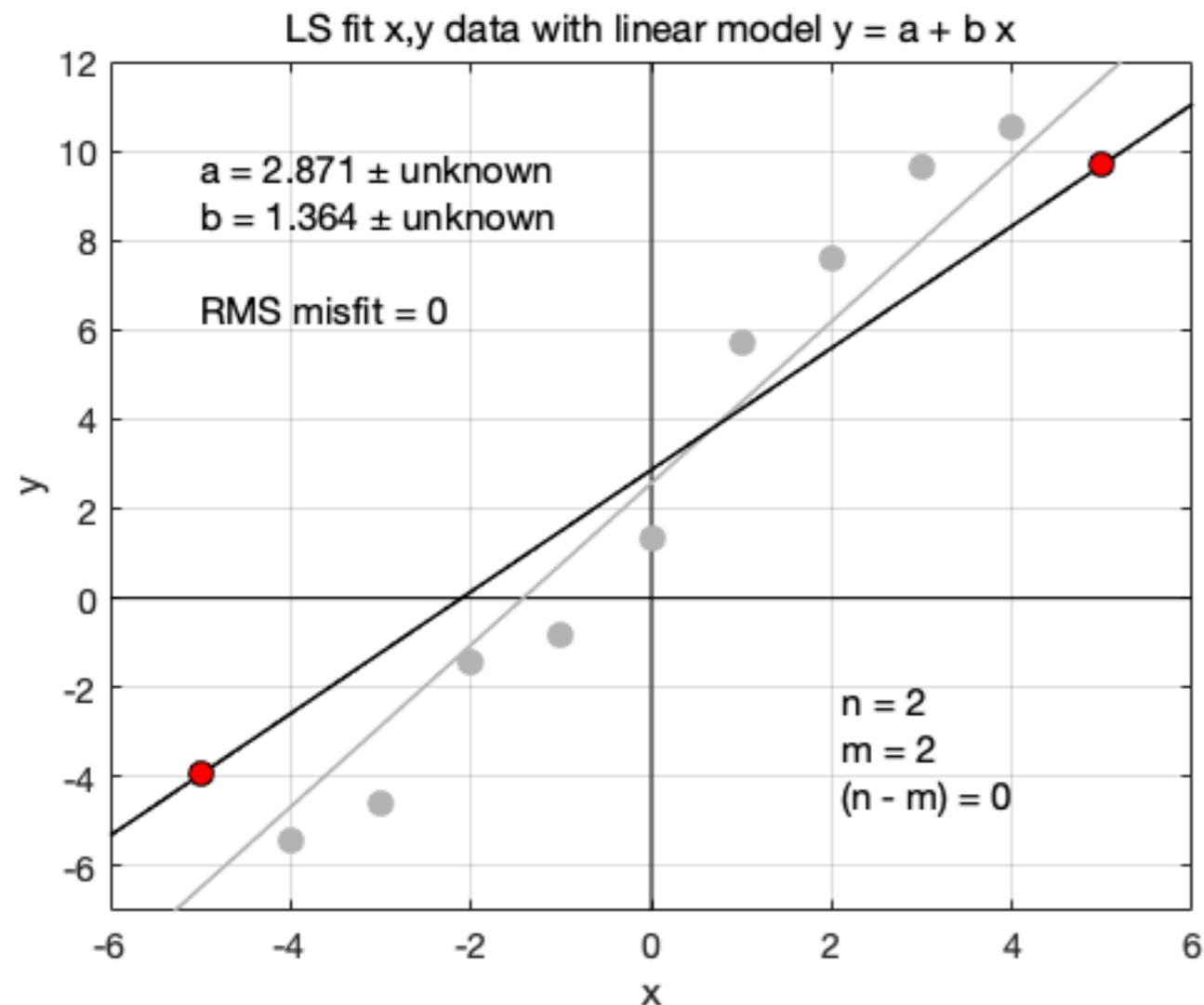
¡El ajuste de la línea a los datos es perfecto!
Pero no podemos decir nada sobre la
incertidumbre en **a** o **b**

What's wrong with little or no redundancy?

¿Qué hay de malo con poca o ninguna redundancia?

What if we had just two of these data points?

¿Qué pasaría si tuviéramos solo dos de estos puntos de datos?



number of observations, $n = 2$
number of coefficients in the model, $m = 2$
number of independent residuals, $(n-m) = 0$

número de observaciones, $n = 2$
número de coeficientes en el modelo, $m = 2$
número de residuos independientes, $(n-m) = 0$

The fit of the line to the data is perfect!
But we can say nothing about the
uncertainty in **a** or **b**

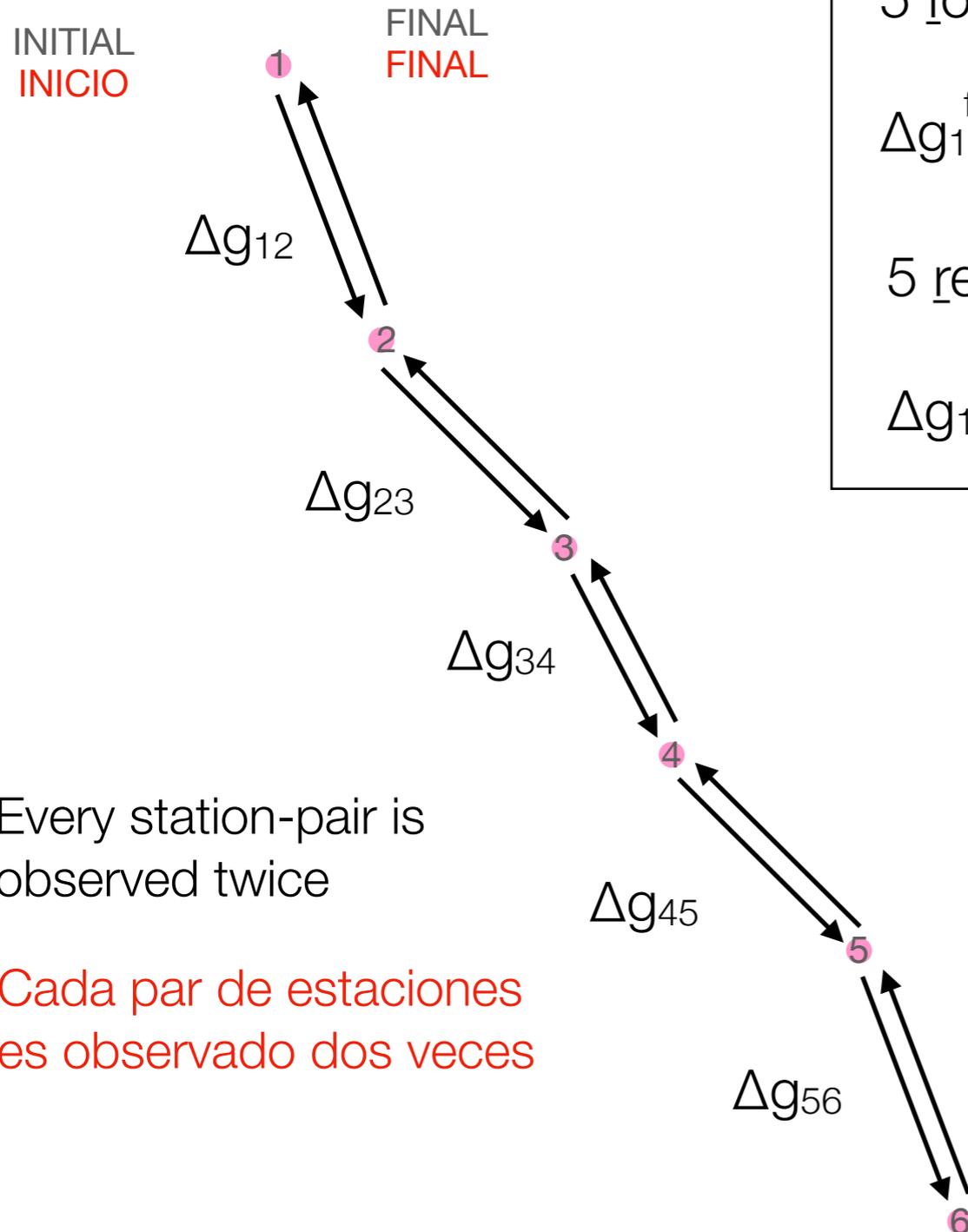
¡El ajuste de la línea a los datos es perfecto!
Pero no podemos decir nada sobre la
incertidumbre en **a** o **b**

It is not just that the solution is bad, we have *no idea* how good or bad it is!

¡No es solo que la solución sea mala, *no tenemos idea* de qué tan buena o mala es!

The OSU protocol

El protocolo OSU



Every station-pair is observed twice

Cada par de estaciones es observado dos veces

Measure station 6 twice

Medir la estación 6 dos veces

We measure Δg in the forward (f) and reverse (r) passes

Medimos Δg en los pases de avance (f) y retroceso (r)

5 forward measurements

5 medidas 'ida'

Δg_{12}^f Δg_{23}^f Δg_{34}^f Δg_{45}^f Δg_{56}^f

5 reverse measurements

5 medidas 'vuelta'

Δg_{12}^r Δg_{23}^r Δg_{34}^r Δg_{45}^r Δg_{56}^r

What are we estimating?

¿Qué estamos estimando?

6 unknowns

6 incógnitas

Δg_{12} Δg_{23} Δg_{34} Δg_{45} Δg_{56} r

with 1 gravimeter

con 1 gravímetro

$n = 10$

$m = 6$

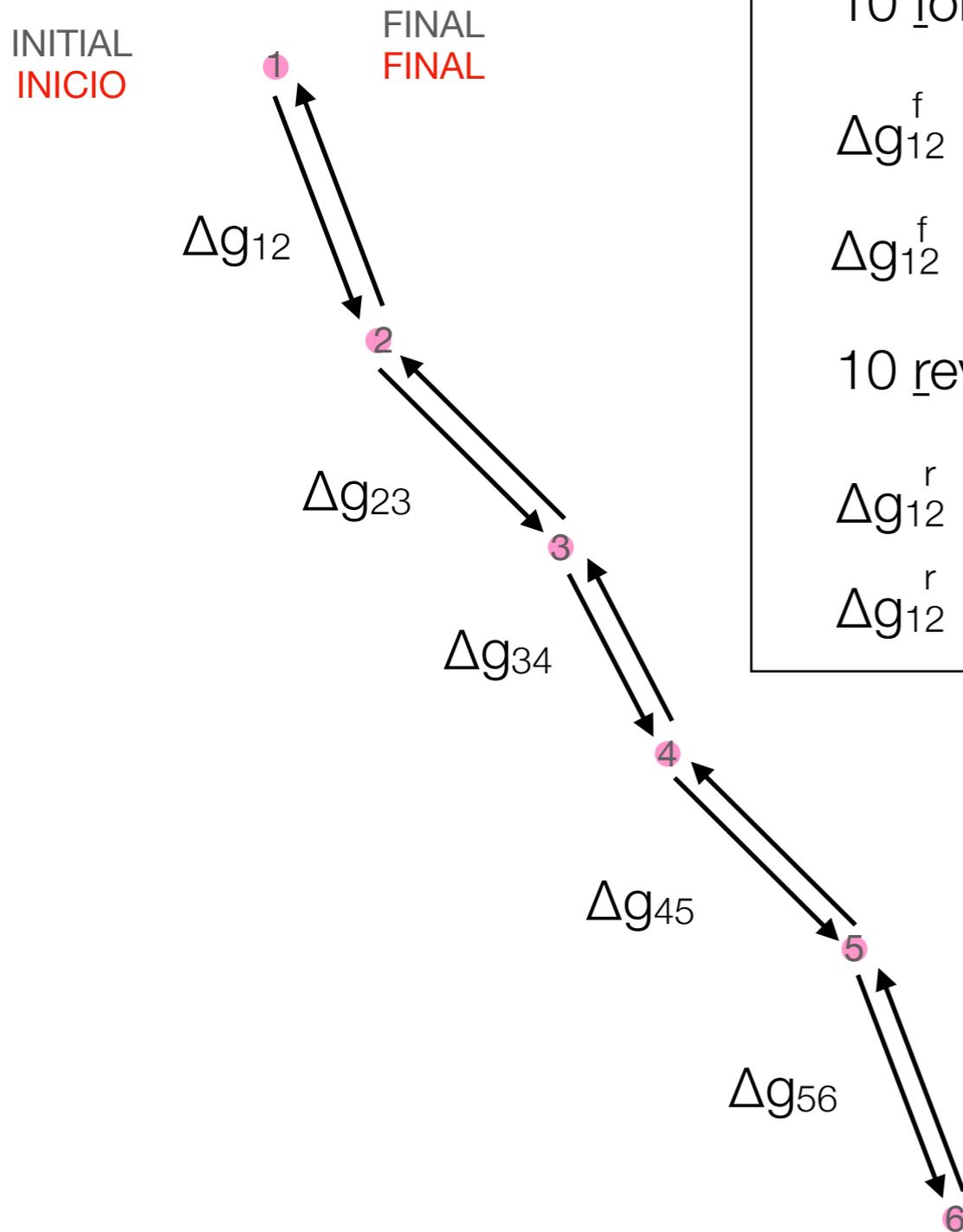
$(n-m) = 4$

The OSU protocol

Actually, we use a minimum of 2 gravimeters (A and B)

El protocolo OSU

En realidad, utilizamos un mínimo de 2 gravímetros (A y B)



10 forward measurements

10 medidas 'ida'

$$\Delta g_{12}^f \quad \Delta g_{23}^f \quad \Delta g_{34}^f \quad \Delta g_{45}^f \quad \Delta g_{56}^f$$

with gravimeter A

$$\Delta g_{12}^f \quad \Delta g_{23}^f \quad \Delta g_{34}^f \quad \Delta g_{45}^f \quad \Delta g_{56}^f$$

con gravímetro B

10 reverse measurements

10 medidas 'vuelta'

$$\Delta g_{12}^r \quad \Delta g_{23}^r \quad \Delta g_{34}^r \quad \Delta g_{45}^r \quad \Delta g_{56}^r \quad \Delta g_{61}^r$$

with gravimeter A

$$\Delta g_{12}^r \quad \Delta g_{23}^r \quad \Delta g_{34}^r \quad \Delta g_{45}^r \quad \Delta g_{56}^r \quad \Delta g_{61}^r$$

con gravímetro B

What are we estimating?

¿Qué estamos estimando?

7 unknowns

7 incógnitas

$$\Delta g_{12} \quad \Delta g_{23} \quad \Delta g_{34} \quad \Delta g_{45} \quad \Delta g_{56} \quad r_A \quad r_B$$

So, with 2 gravimeters

con 2 gravímetros

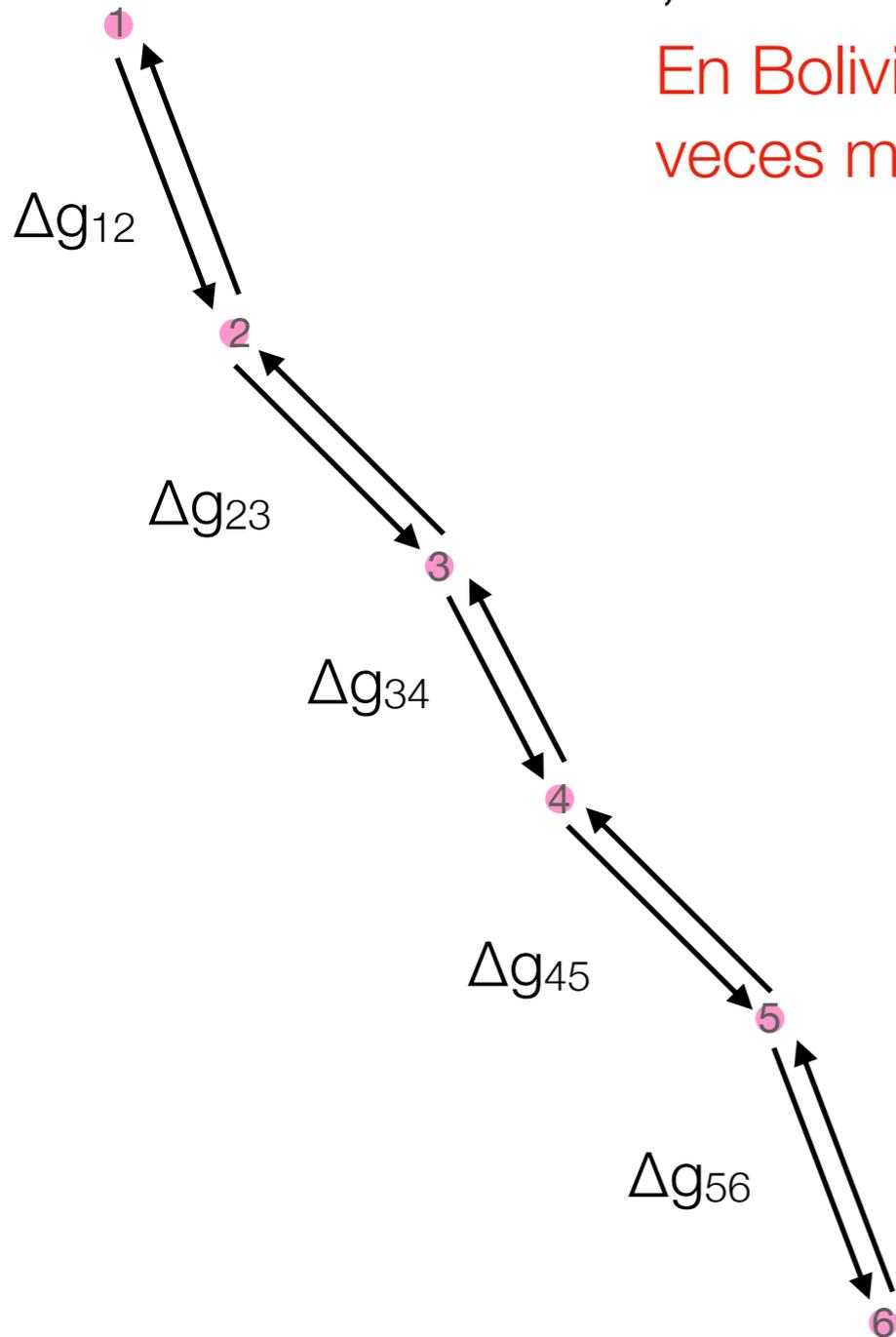
$$n = 22$$

$$m = 7$$

$$(n-m) = 13$$

In Bolivia we used at least 2 gravimeters on each line, sometimes more, and some lines were observed more than once!

En Bolivia usamos al menos 2 gravímetros en cada línea, a veces más, ¡y algunas líneas se observaron más de una vez!



with 1 gravimeter
con 1 gravímetro

$$n = 10$$

$$m = 6$$

$$(n-m) = 4$$

with 2 gravimeters
con 2 gravímetros

$$n = 20$$

$$m = 7$$

$$(n-m) = 13$$

with 3 gravimeters
con 3 gravímetros

$$n = 30$$

$$m = 8$$

$$(n-m) = 22$$

with 4 gravimeters
con 4 gravímetros

$$n = 40$$

$$m = 9$$

$$(n-m) = 31$$

Result: massive redundancy
(many more residuals than stations)

Resultado: redundancia masiva
(muchos más residuales que estaciones)

The Bolivian Gravity Network

La Red de Graveded Boliviana

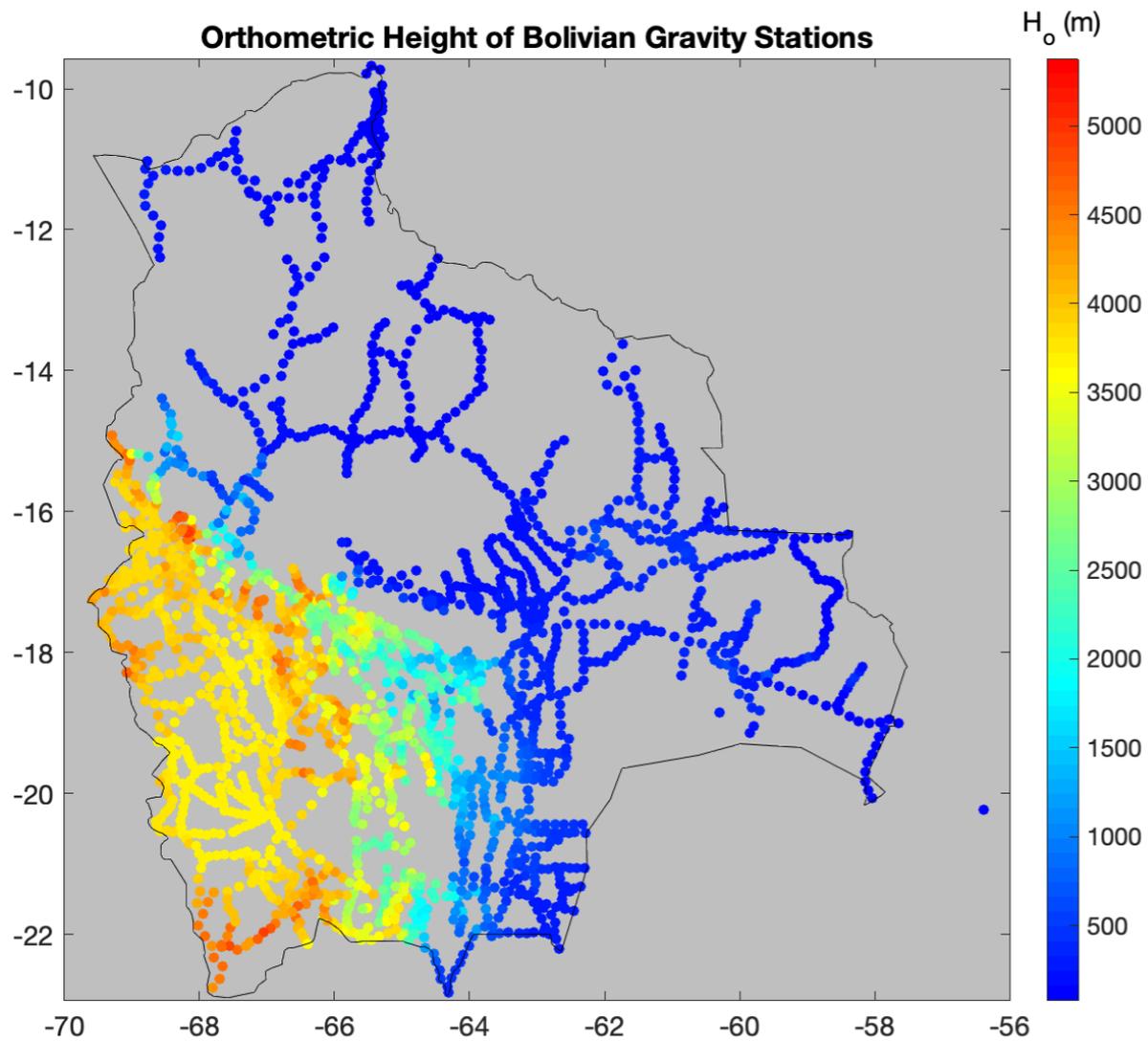
Partners: OSU, IGM Bolivia, COFADENA
Socios: and DTU (Denmark)

Duration: ~10 years
Duración:

stations: relative 2,405 absolute 15
estaciones: relativa 2.405 absoluta 15

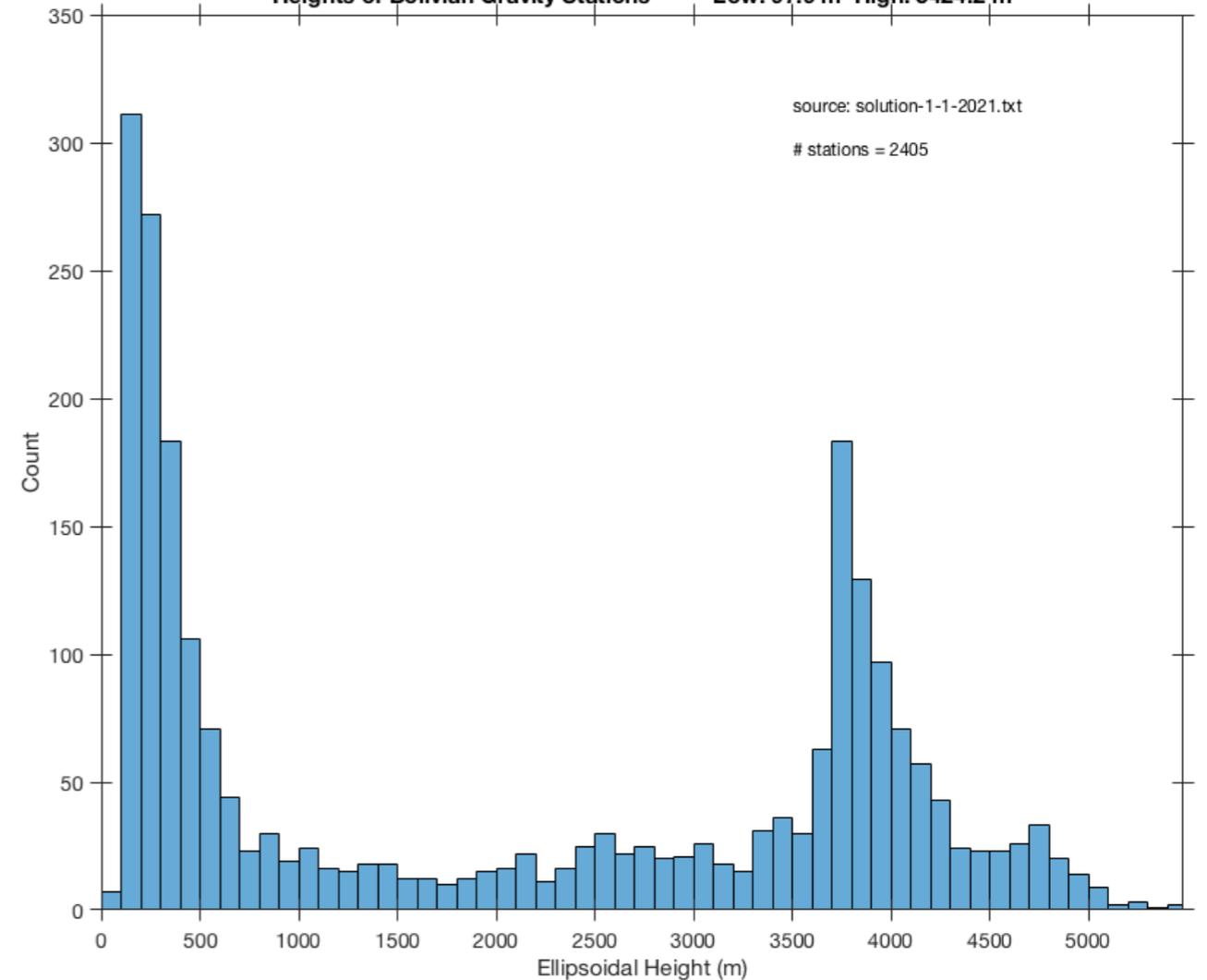


Orthometric Height of Bolivian Gravity Stations



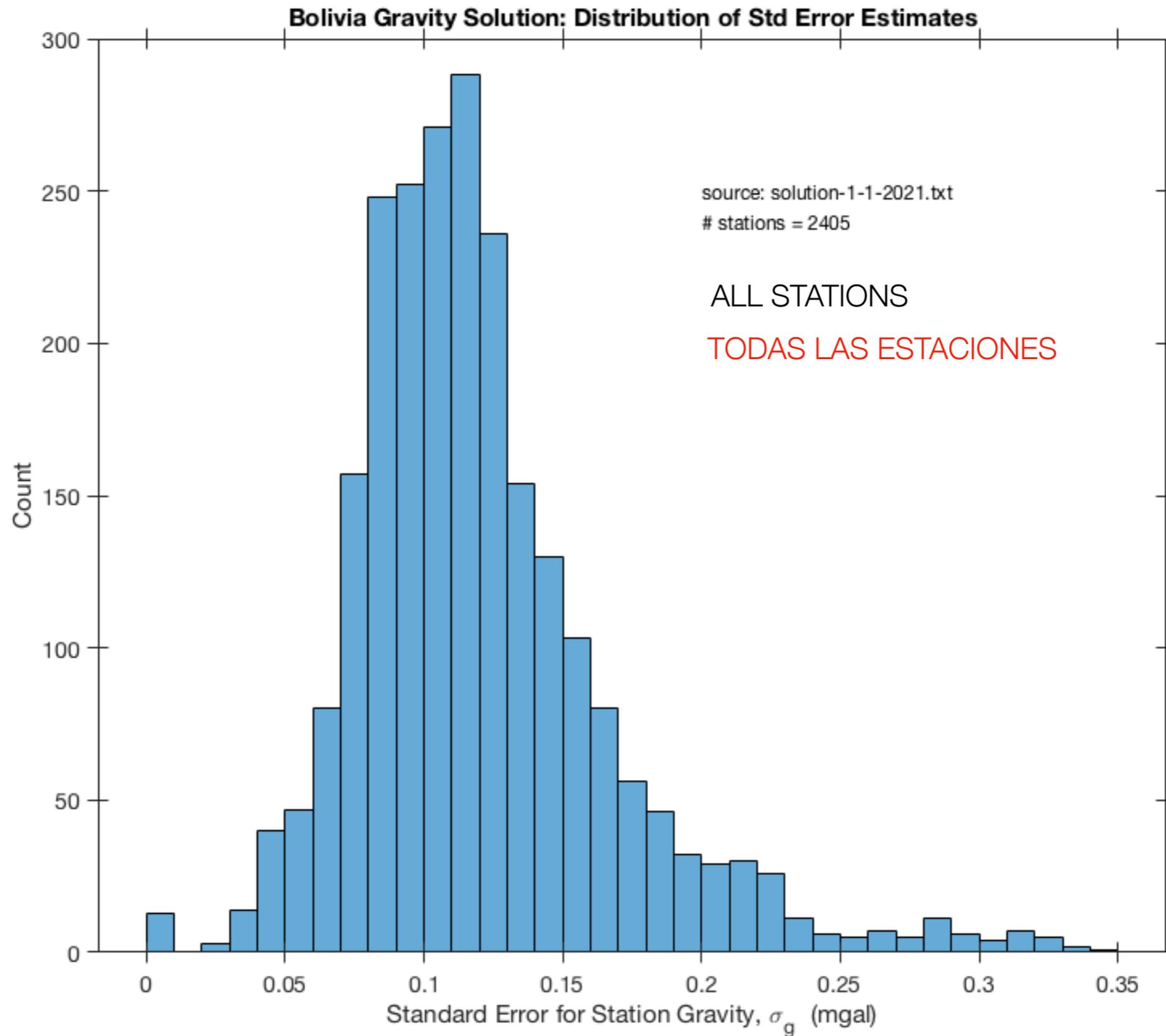
Heights of Bolivian Gravity Stations

Low: 97.9 m High: 5424.2 m



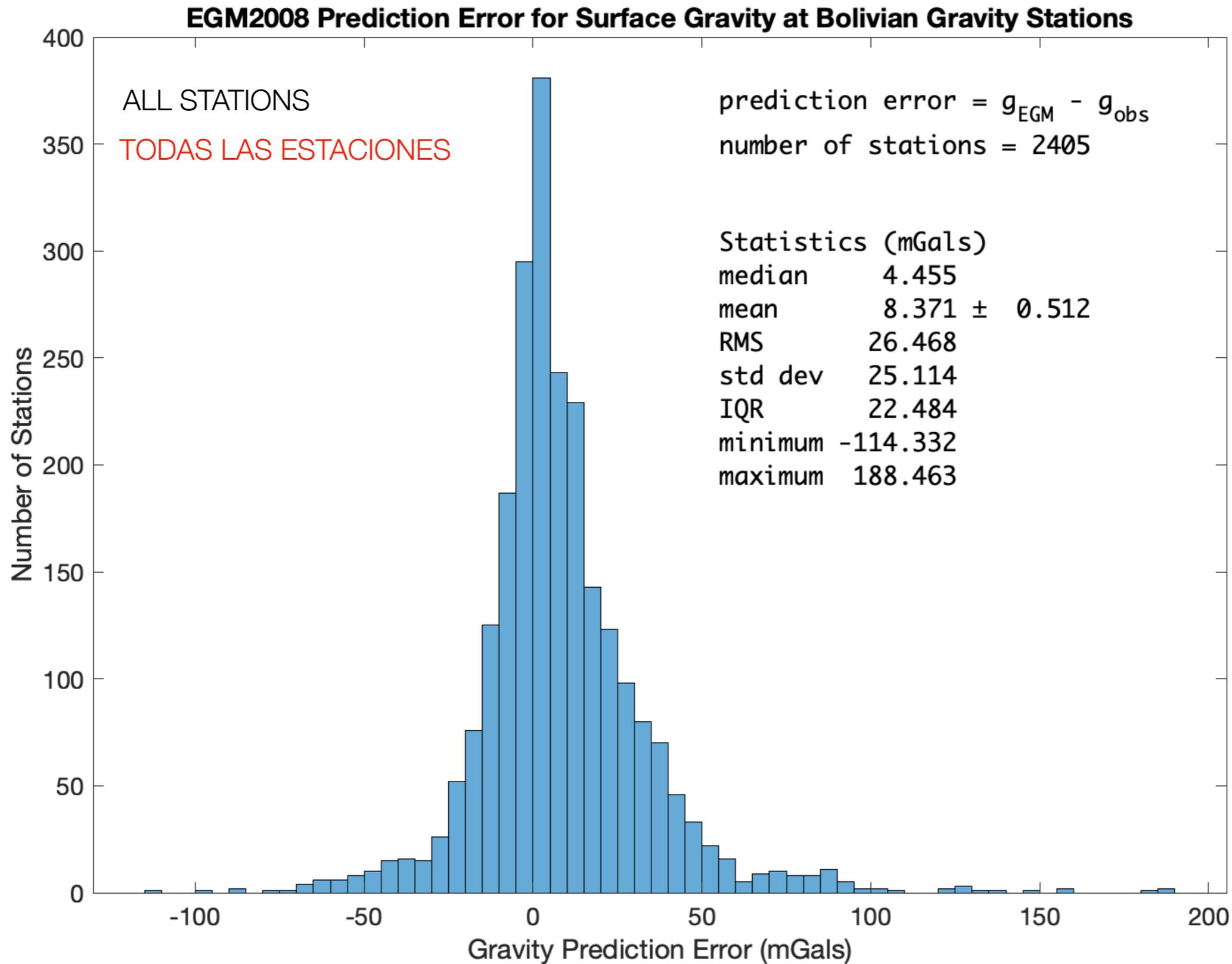
Standard errors for the adjusted gravity values

Errores estándar para los valores de gravedad ajustados



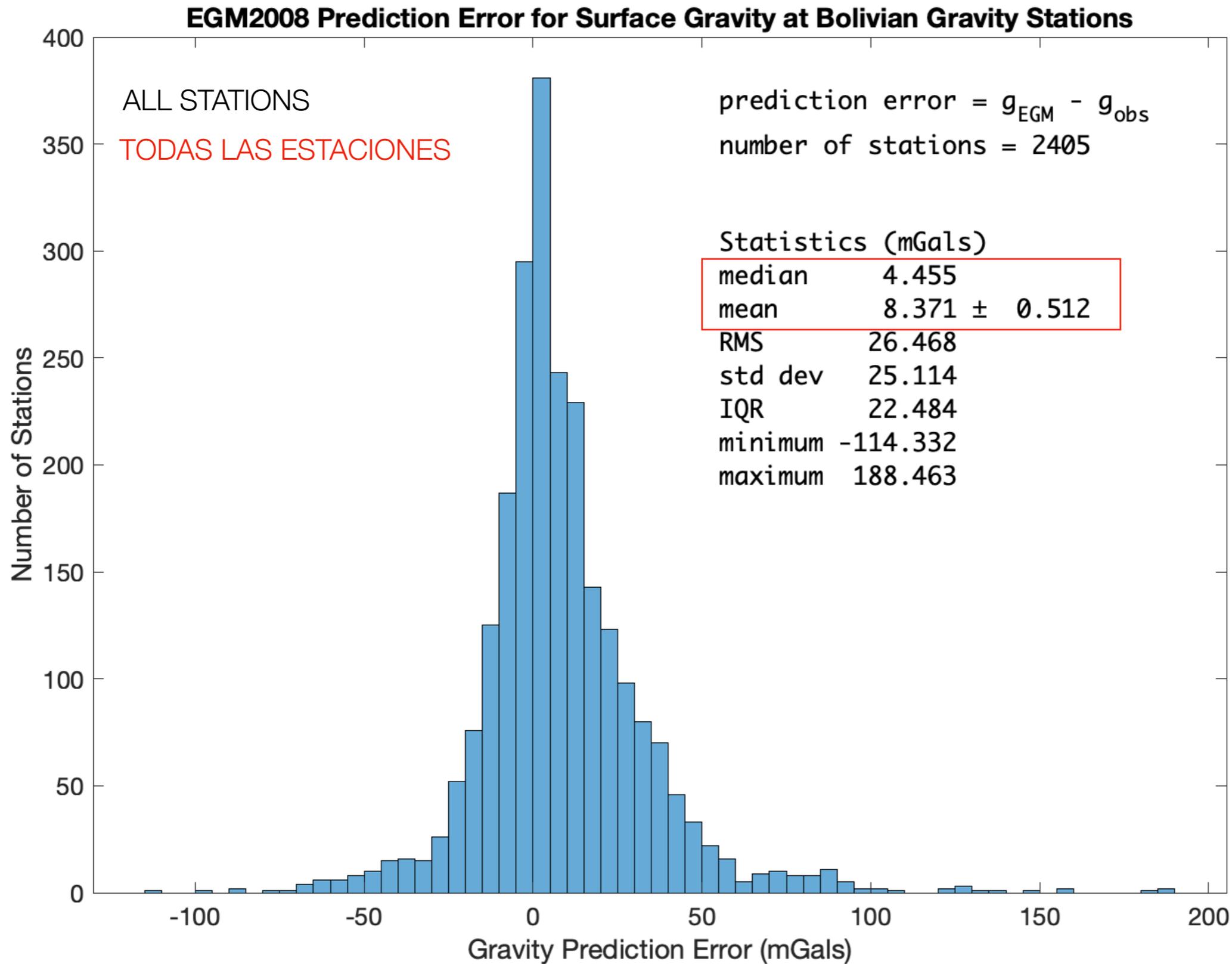
Compare measurements
with EGM predictions

Errores de predicción EGM2008 para gravedad
superficial en estaciones gravitatorias bolivianas



Compare measurements
with EGM predictions

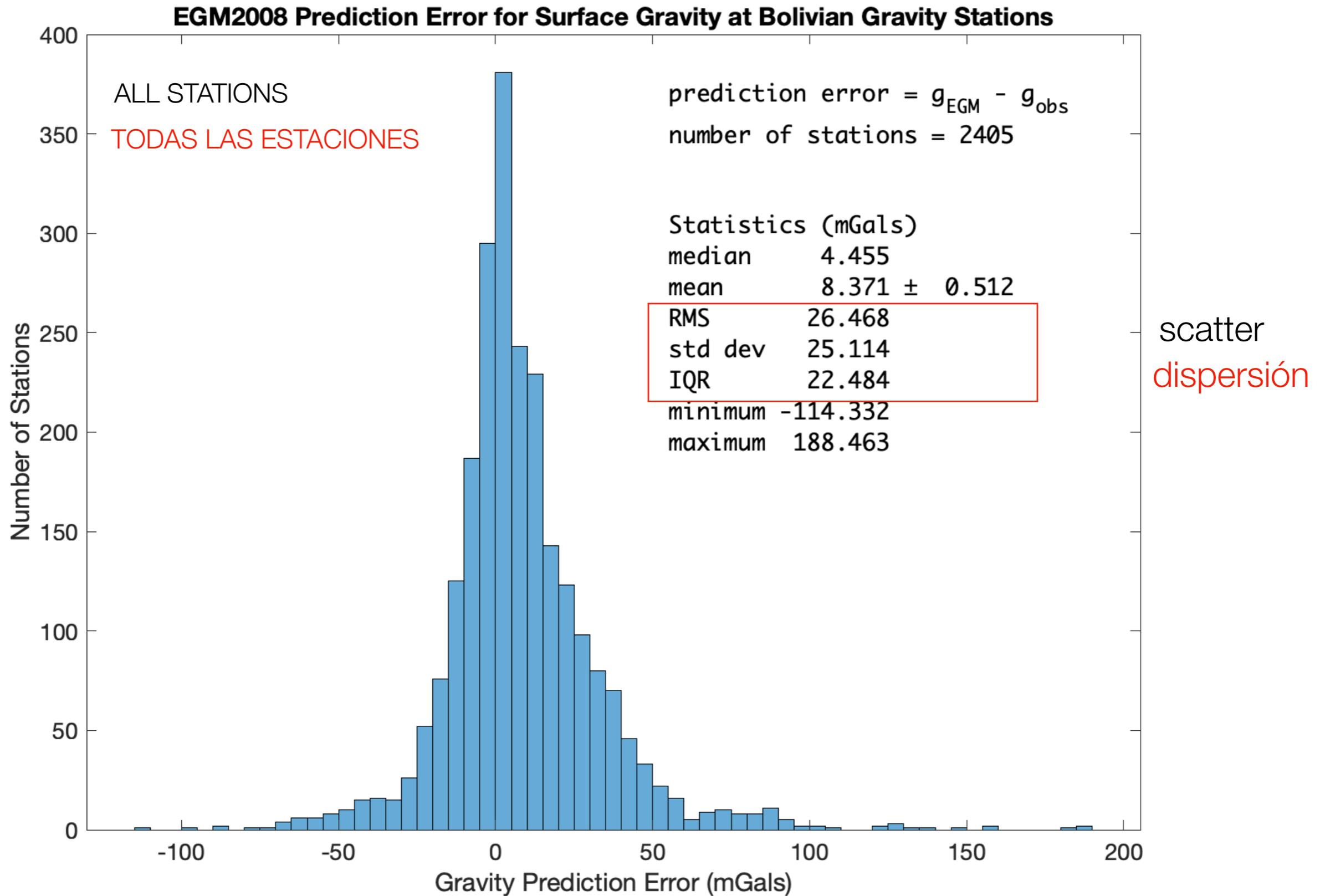
Errores de predicción EGM2008 para gravedad
superficial en estaciones gravitatorias bolivianas



bias
sesgo

Compare measurements
with EGM predictions

Errores de predicción EGM2008 para gravedad
superficial en estaciones gravitatorias bolivianas



EGM2008's model for gravitational potential V

Modelo de EGM2008 para el potencial gravitatorio V

grado de truncamiento

$n_{\max} = N$

$$V = \frac{GM}{R} \sum_{n=0}^N \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (c_{nm} \cos m\lambda + s_{nm} \sin m\lambda) P_{n,m}(\cos \theta)$$

spherical harmonic (SH) series
serie armónica esférica (AE)

EGM2008 has $N = 2190$ and there are 4,799,453 coefficients

EGM2008 tiene $N = 2.190$ y hay 4.799.453 coeficientes

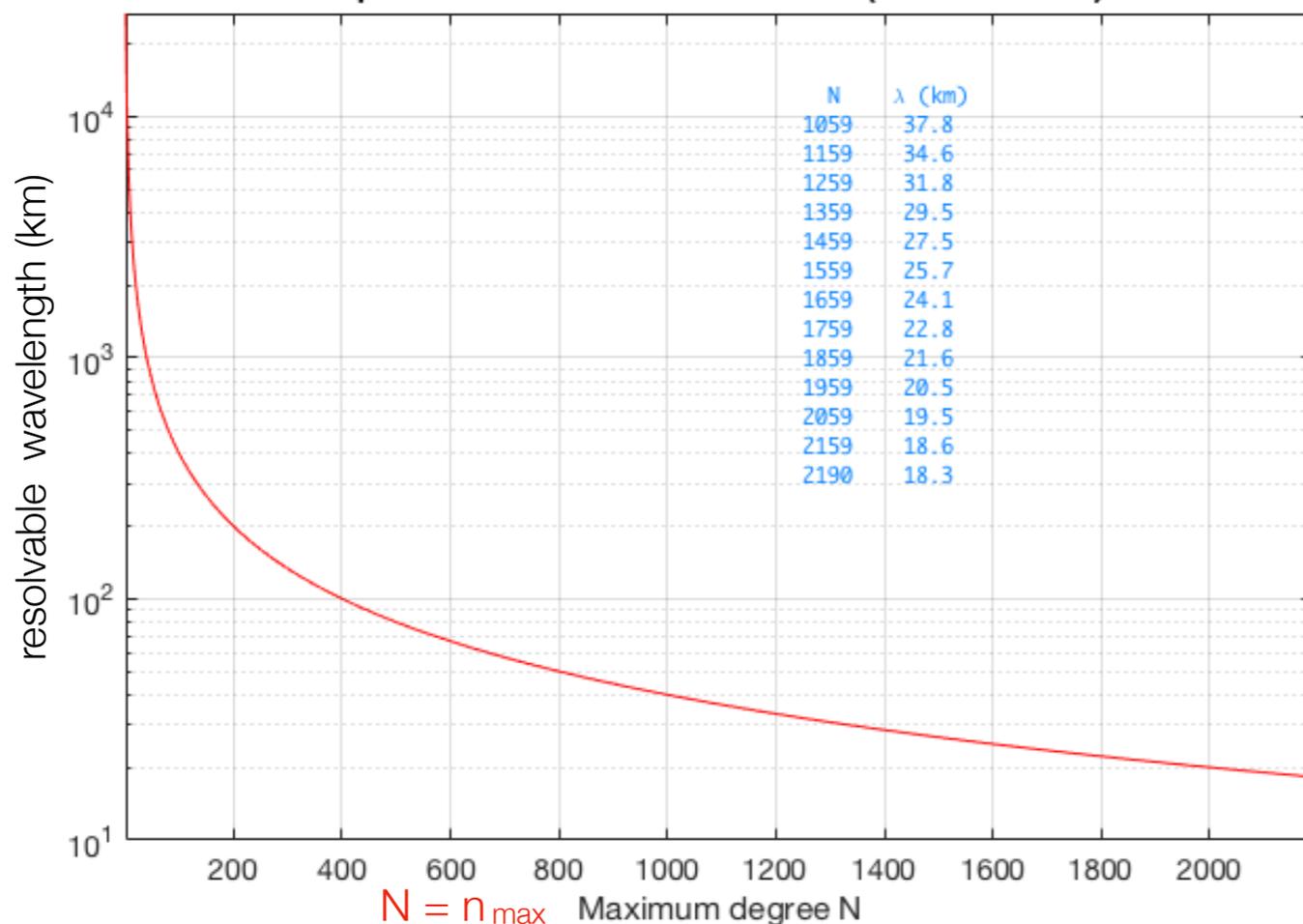
Increasing the maximum degree N of a spherical harmonic model improves its spatial resolution, and therefore the model's ability to 'follow' gravity variations in mountain belts.

Aumentar el grado máximo N de un modelo armónico esférico mejora su resolución espacial y, por lo tanto, la capacidad del modelo para 'seguir' las variaciones de la gravedad en los cinturones montañosos.

Spatial resolution (half wavelength) improves as N increases. The resolution of EGM2008 is ~9 km.

La resolución espacial (media longitud de onda) mejora a medida que aumenta N . La resolución de EGM2008 es de ~9 km.

Spatial resolution of a SH series (Jeans formula)



We can see if EGM prediction error is caused by limited spatial resolution by truncating the SH series early

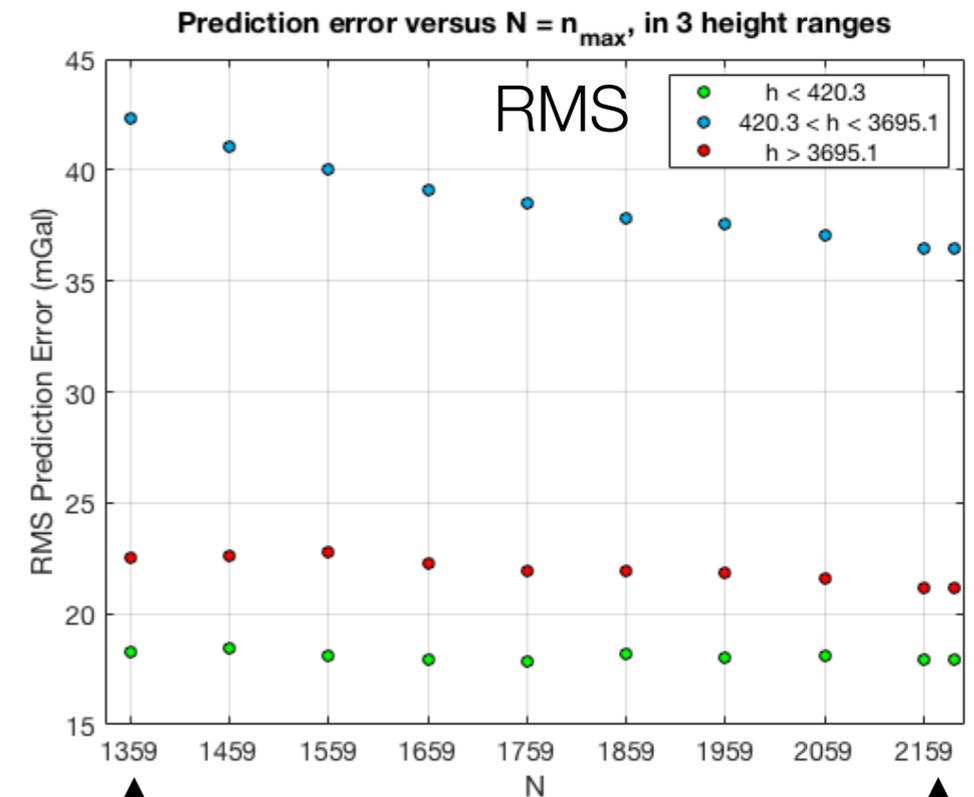
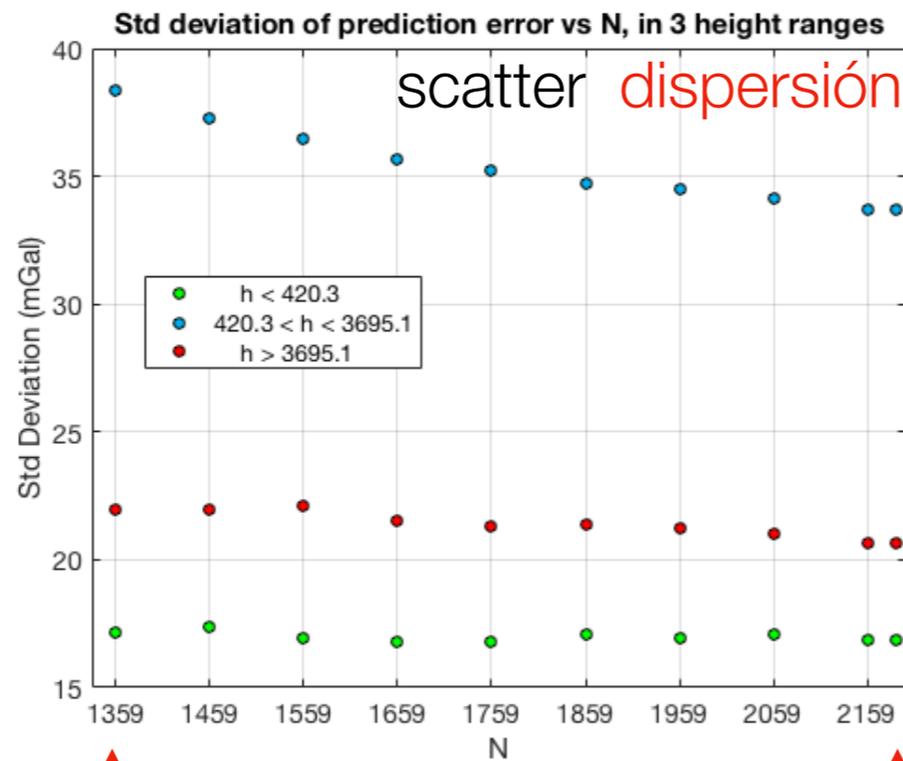
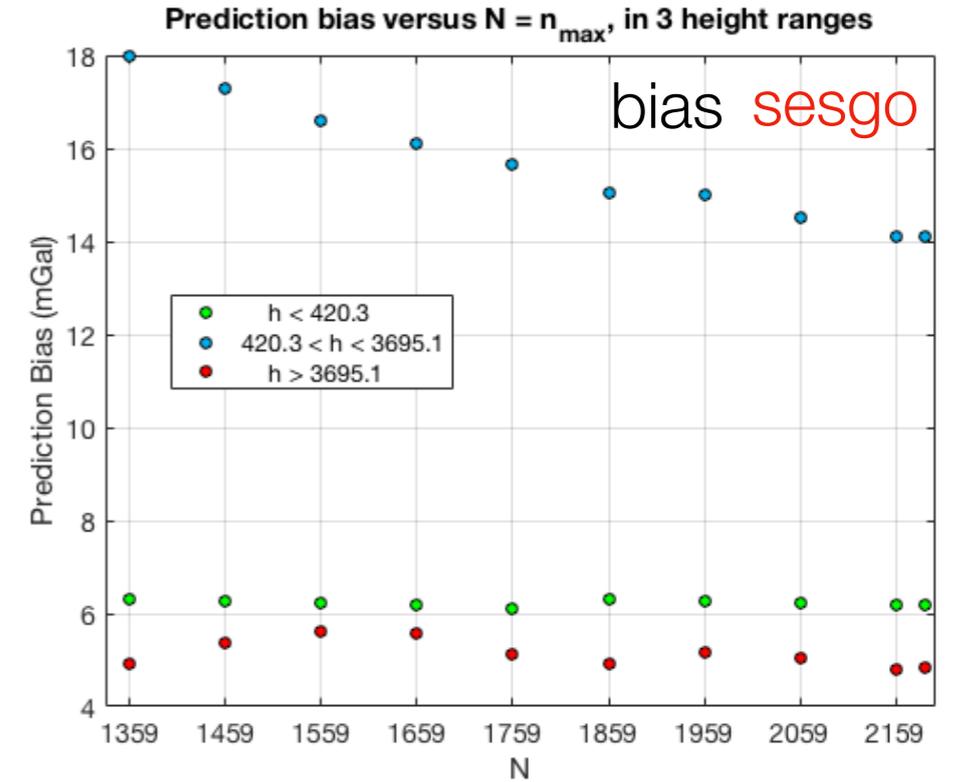
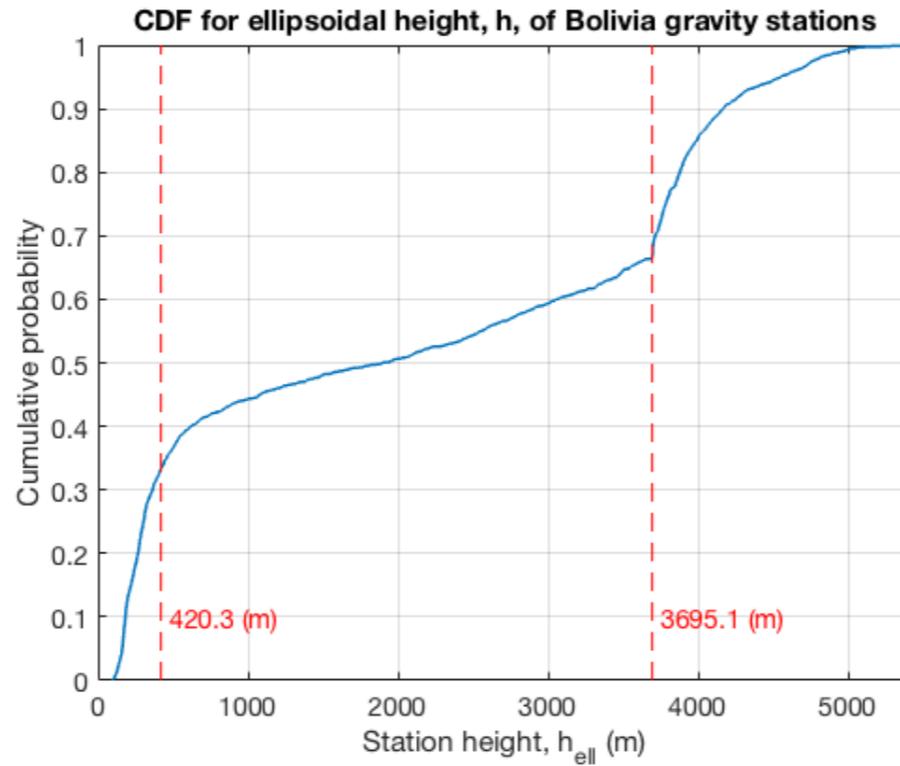
Podemos ver si el error de predicción de EGM es causado por una resolución espacial limitada al truncar la serie SH temprano

Divide gravity stations into 3 geographic zones: (1) the lowlands, (2) the zone of valleys, (3) the Altiplano and Cordilleras

Dividir las estaciones en 3 zonas geográficas: (1) las tierras bajas, (2) la zona de los valles, (3) el Altiplano y las Cordilleras

It seems that model resolution may be a significant contributor to EGM prediction error in the zone of the valleys, but not in the lowlands or the Altiplano.

Parece que la resolución del modelo puede contribuir significativamente al error de predicción de EGM en la zona de los valles, pero no en las tierras bajas o el Altiplano.



15 km resolución 9 km

15 km resolution 9 km

Conclusions

1) Our massively redundant measurement protocol allowed us to adjust the Bolivian gravity network with standard errors near 0.1 - 0.15 mgals

1) Nuestro protocolo de medición masivamente redundante nos permitió ajustar la red de gravedad boliviana con errores estándar cercanos a 0,1 - 0,15 mgals

2) Our measurement errors are ~100 times smaller than EGM's prediction errors. This allows us to assess the nature of EGM prediction error.

2) Nuestros errores de medición son ~100 veces más pequeños que los errores de predicción de EGM, por lo que esto nos permite evaluar la naturaleza del error de predicción de EGM.

3) When the Bolivian gravity data are assimilated into the next version of EGM, it should provide a major improvement for the national geoid and Bolivia's height systems.

3) Cuando los datos de gravedad de Bolivia se asimilen en la próxima versión de EGM, debería proporcionar una mejora importante para el geoide nacional y los sistemas de altura de Bolivia.

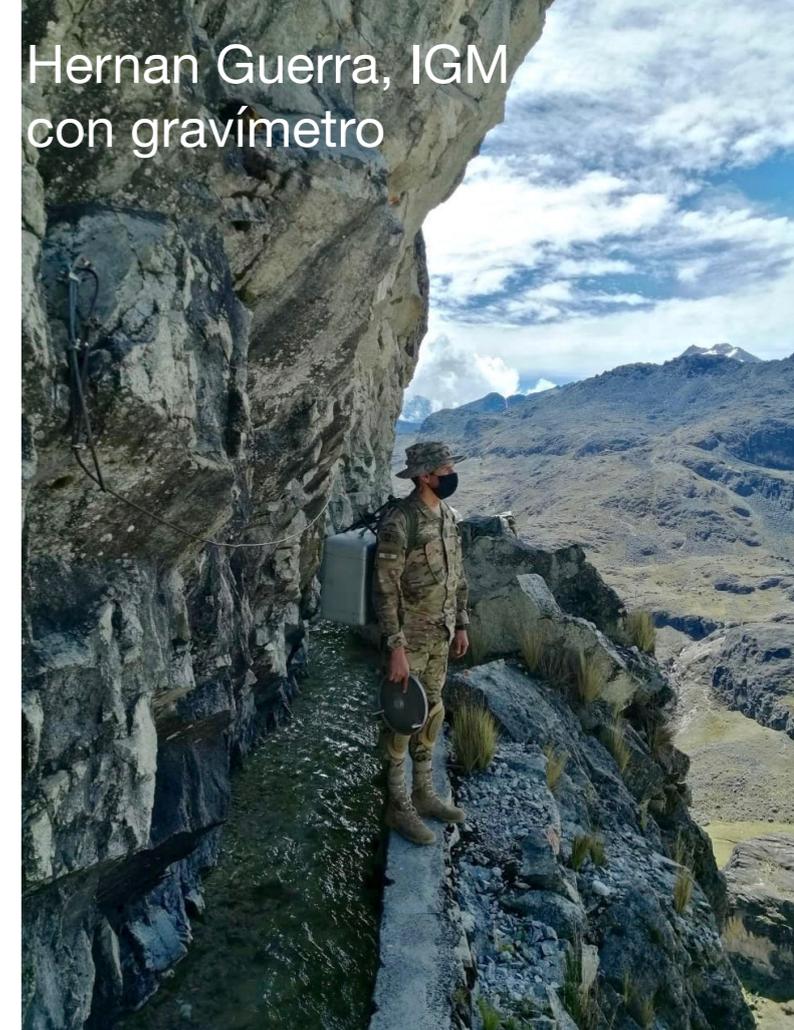
4) If you are interested in testing these methods in your own country, and would like our help, please contact me or Paola Montenegro.

4) Si está interesado en probar estos métodos en su propio país y desea nuestra ayuda, comuníquese conmigo o con Paola Montenegro.



Dra. Paola Montenegro
project manager

Hernan Guerra, IGM
con gravímetro



Arturo Echalar
con gravímetro