UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

PÓS-GRADUAÇÃO EM
CIÊNCIAS GEODÉSICAS

SIRGAS
sirgas.ipgh.org

Estudo do efeito RTM em anomalias de altura nas estações IHRF no Brasil usando diferentes abordagens e um modelo de densidades lateral / Estudio del efecto RTM en anomalías de altura en estaciones IHRF en Brasil utilizando diferentes enfoques y un modelo de densidad lateral

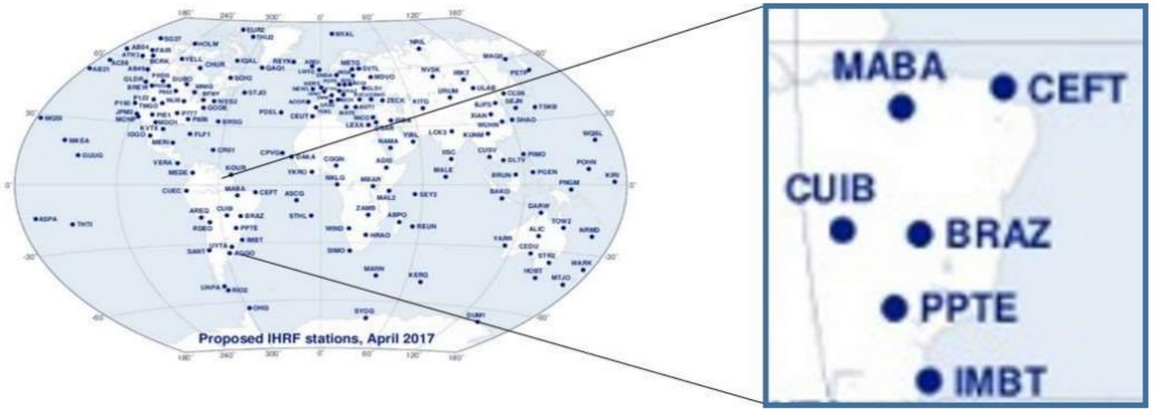
Thiago Kerr Padilha
Tiago Lima Rodrigues

Contenido

Contextualización
Metodología
Resultados
Conclusiones y trabajos futuros

Contextualização

Abril de 2017 - 170 estações pertencentes ao ITRF ($W_P = W(X)$)



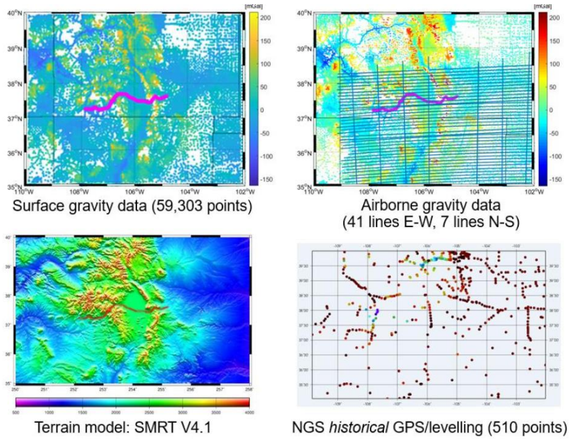
Guimarães et al (2019)

30 VLBI, 40 SLR, 35 DORIS, 77 gravidade absoluta, 26 marégrafos, 23 pontos nivelados (Sánchez, 2019)

- Res. Nº 01/2015 da IAG - $W_0 = 62.636.853{,}4\ m^2s^{-2}$;
- Componente altimétrica $C_P = W_0 - W_P$;
- Determinação de W_P:

1º) C_P a partir de nivelamento e gravidade + δW;
2º) MGG de alta resolução (EGM2008, EIGEN6C4, GECO, XGM2019, ...);
3º) Modelagem do campo de gravidade regional.

Julho de 2017 - Experimento do Colorado



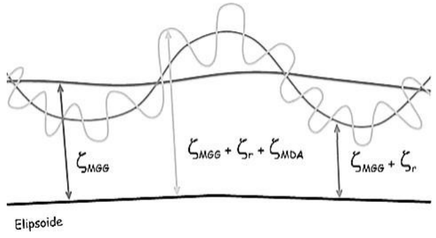
Sánchez (2019)

Resultados em Wang *et al.* (2021)

2º) $\zeta_P = \zeta_{P_{MGG}} + \zeta_{P_{HF}}$

3º) $\zeta_P = \zeta_{P_{LF}} + \zeta_{P_{MF}} + \zeta_{P_{HF}}$

Potencial gravitacional das massas topográficas residuais



Jamur(2012)

Pode atenuar o erro de omissão da solução

[0,5; 4,2] cm em ζ dependendo da rugosidade da topografia (Rexer e Hirt, 2015)

Acurácia alvo hoje de 1cm

Técnica RTM (Forsberg and Tscherning, 1981) é amplamente utilizada e bem conhecida - $\zeta_{P_{RTM}}$

Diferentes possibilidades

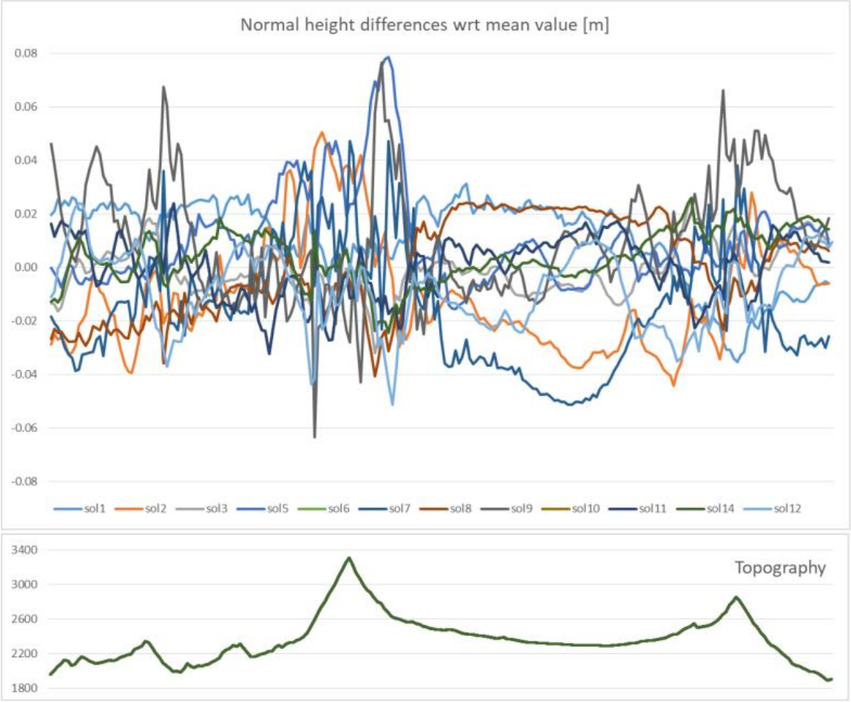
Resoluções, correção harmônica, raio de integração, abordagens de cálculo

Julho de 2017 - Experimento do Colorado

Aprendizados

Determinação de H^N_P após tratamento de outliers:

- 12 soluções concordantes de 1 a 2 cm em desvio padrão com relação a um valor médio;
- diferenças altamente correlacionadas com a topografia;



Sánchez (2019)

Abordagem de prismas com topo e base planos e densidade única ρ = 2670 kg/m^3

Diferentes MDS - SRTM V4.1 and Earth2014

Diferentes parâmetros – tamanho do prisma, resolução do MDS de referência, correções harmônicas e raio de integração

Sánchez et al (2021) – não é possível concluir o quanto as diferenças são responsáveis pelas discrepâncias entre os resultados – mais análises.

Grande variedade de opções cria dificuldade de introduzir uma padronização

Recomendação: identificar a melhor configuração contrastando os resultados com dados independentes (GNSS + nivelamento)

Problema em aberto para cada futura estação IHRF

Contexto no Brasil:

- Ribeiro (2019) – C na estação PPTE - Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ), Integral de Stokes e Hotine via Fast Fourier Transform (FFT) - sem considerar os efeitos das massas topográficas residuais;

- Silva (2020) - C na estação PPTE - Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ), Integral de Stokes e Hotine via Fast Fourier Transform (FFT) – RTM por prismas (δg, ζ), densidade constante de 2670 kg/m^3 (TC GRAVSOFT), SRTM15+ (~450 m), MDS de referência utilizando o menor valor de Raiz do Desvio Quadrático Médio para diferentes raios de busca o filtro passa-baixa.

Objetivo desta pesquisa: contribuir com o estudo dos efeitos RTM em anomalia de altura nas futuras estações IHRF no Brasil, analisando o uso de:

diferentes abordagens de discretização das massas topográficas no domínio espacial (Hirt and Kuhn 2014)

modelo global de densidades lateral (2D) – UNB Topo Dens (Sheng et al 2019)

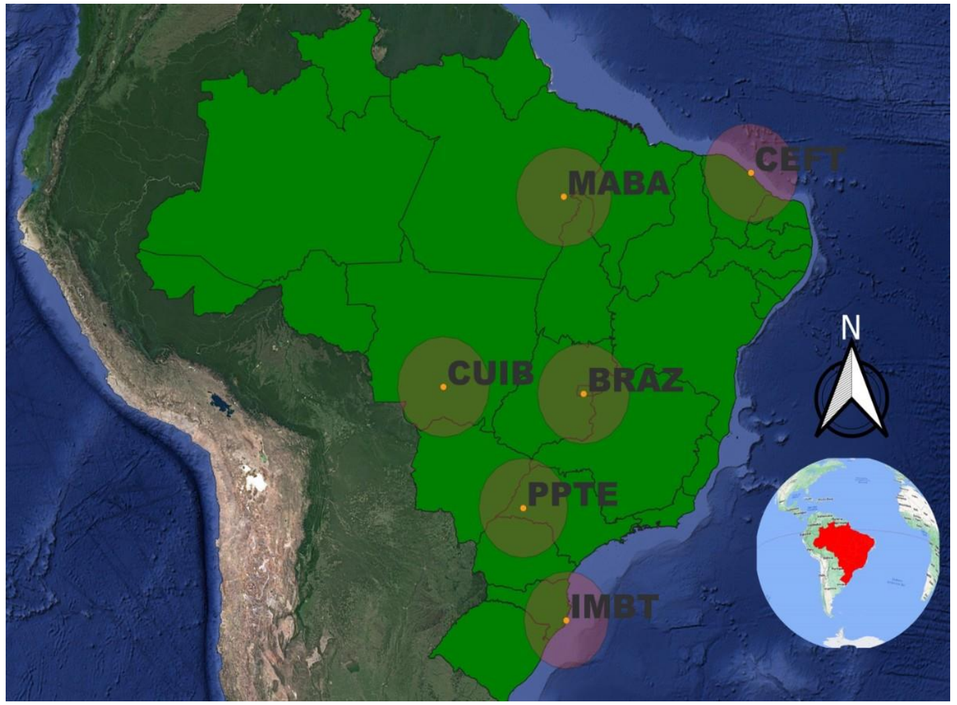
MERIT DEM (Yamazaki et al 2018) com 90 m de resolução espacial e correção de copa de árvores para área continental

SRTM15+ v2.1 (Tozer et al 2019) para áreas oceânicas

correção harmônica (Omang et al. 2012)

Avaliação com ζ provida por co-locação RAAP/GPS do SGB

Metodologia



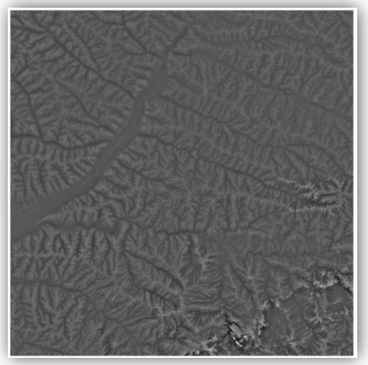
Raio de integração de 210 km - Sánchez, Barzaghi and Vergos (2019)

IMBT e CEFT - Área oceânica - topografia equivalente de rocha

$$H^* = H\left(1 - \frac{\rho_w}{\bar{\rho}}\right)$$

MERIT DEM: Multi-Error-Removed Improved Terrain DEM (Yamazaki et al 2018) – 90 m
http://hydro.iis.u-tokyo.ac.jp/~yamadai/MERIT_DEM/

MERIT DEM – 4000 m e 90 m – vizinho mais próximo



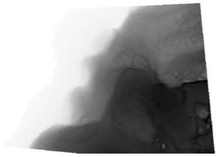
MDS residual – 90m

Resolução da modelagem local do campo da gravidade – 4 km (Sánchez 2019)

MDS

+

Batimetria

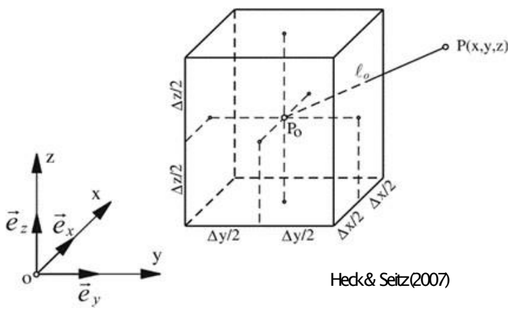


SRTM15+ v2.1 (Tozer et al 2019) – 450 m e 90 m – vizinho mais próximo
https://catalog.data.gov/dataset/srtm15_plus-data-fusion-of-shuttle-radar-topography-mission-srtm-land-topography-with-measured-

=

Mosaicagem

UNB Topo Dens (Sheng et al 2019) – 900 m e 90 m – vizinho mais próximo – 2D
http://www2.unb.ca/gge/Resources/TopographicalDensity/readme.txt

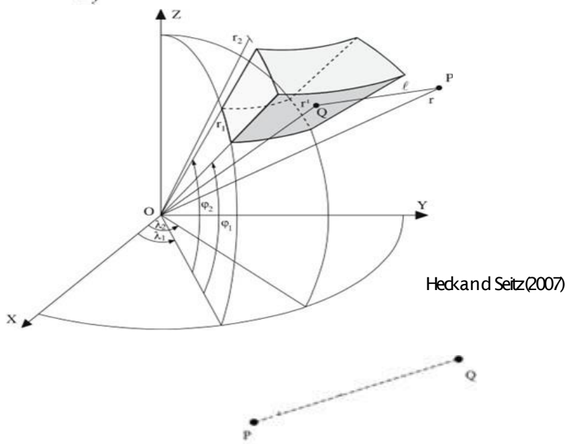


Heck & Seitz (2007)

Solução analítica (Nagy et al 2000)

MATLAB

$$V_{RTM_i} = G\rho(\lambda,\varphi)\Big|\Big|\Big|(x_P - x)(y_P - y)\ln(H_P - z + r) + (y_P - y)(z_P - z)\ln(x_P - x + r)$$
$$+ (x_P - x)(z_P - z)\ln(y_P - y + r) - \frac{(x_P - x)^2}{2}\arctan\frac{(y_P - y)(z_P - z)}{(x_P - x)r}$$
$$- \frac{(y_P - y)^2}{2}\arctan\frac{(x_P - x)(z_P - z)}{(y_P - y)r} - \frac{(H_P - z)^2}{2}\arctan\frac{(x_P - x)(y_P - y)}{(H_P - z)r}\Bigg|_{x_{1i}}^{x_{2i}}\Bigg|_{y_{1i}}^{y_{2i}}\Bigg|_{z_{2i}}^{z_{2i}}$$



Heck and Seitz (2007)

Solução aproximada (Heck e Seitz 2007) com elipticidade da Terra levada em conta

MATLAB

Enfoque numérico - TSE 2ª ordem – baixa latitude (máx 28°S) – ao invés de GLQ (Lin et al. 2020)

$$V_{RTM_i}(\lambda,\varphi) = G\rho(\lambda,\varphi,\Delta r)\Delta\lambda\Delta\varphi\Delta r\left[K_{000} + \frac{1}{24}(K_{002}\Delta\lambda^2 + K_{020}\Delta\varphi^2 + K_{200}\Delta r^2) + O(\Delta^4)\right]$$

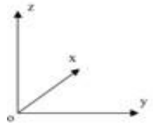
$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1\,, \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1\,, \Delta r = r_2 - r_1 = (N_2 + h_2) - (N_1 + h_1)$$

$$\lambda_0 = \frac{(\lambda_1+\lambda_2)}{2}\,, \varphi_0 = \frac{(\varphi_1+\varphi_2)}{2}\,, r_0 = \frac{(r_1+r_2)}{2}$$

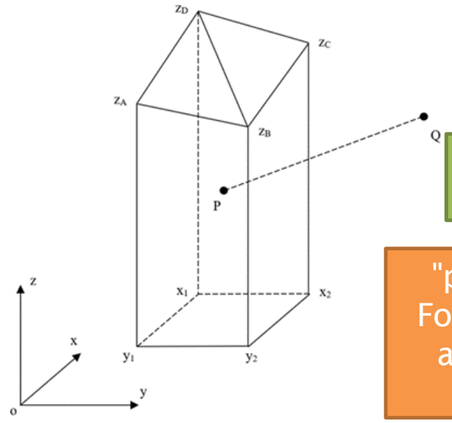
$$l_0 = \sqrt{r^2 + {r_0}^2 - 2rr_0\cos\psi_0}$$

$$r_1 = N_1 + h_1\,, r_2 = N_2 + h_2$$

$$\cos\psi_0 = \sin\varphi\sin\varphi_0 + \cos\varphi\cos\varphi_0 + \cos(\lambda_0 - \lambda)$$



$$V_{RTM_i}(\lambda,\varphi) = G\rho(\lambda,\varphi,\Delta z)\Delta\lambda\Delta\varphi\Delta r[K_{000} + O(\Delta^4)]$$



Solução analítica (Tsoulis e Petrovic 2001)

$$V_{RTM_i} = \frac{G\rho(\lambda,\varphi)}{2}\sum_{p=1}^{n}\sigma_p\, h_p\left[\sum_{q=1}^{m}\sigma_{pq}\, h_{pq} LN_{pq} + h_p\sum_{q=1}^{m}\sigma_{pq}\, AN_{pq} + SING_{A_p}\right]$$

$$LN_{pq} = \ln\frac{s_{2pq} - l_{2pq}}{s_{1pq} - l_{1pq}} \qquad AN_{pq} = \arctan\frac{h_p s_{2pq}}{h_{pq} l_{2pq}} - \arctan\frac{h_p s_{1pq}}{h_{pq} l_{1pq}} \qquad SING_{A_p} = -\theta h_p$$

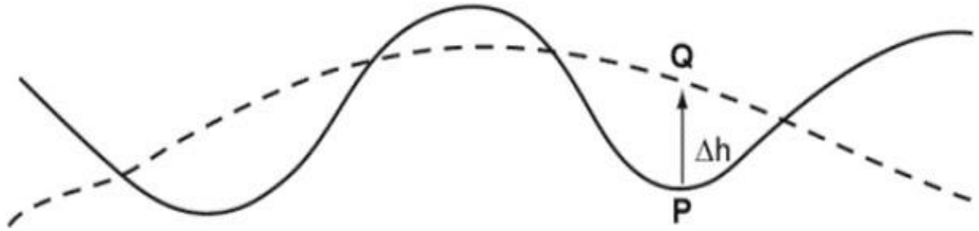
"polyhedron.f" em Fortran acessada em ambiente Matlab (Tsoulis, 2012)

MATLAB (Yang et al. 2020)

Eficiência dependente da distância do ponto de cálculo (Heck e Seitz 2007; WildPfeiffer 2008; Makhloof e Ilk 2008; Tsoulis et al. 2009; Grombein et al. 2013; Wu e Chen 2016; Jiang et al. 2017; Ren et al. 2018, Yang et al 2020).

- Correção harmônica: $\zeta_{HC} = -\frac{4\pi G\rho}{\gamma}\left(H_P - H_{ref_P}\right)^2$

Método de condensação de massas (Forsberg, 1984) + Eq. de Poisson com gradientes horizontais do potencial iguais a zero (Omang et al., 2012)



Omang et al (2012)

- Superposição: $\zeta_{RTM_P} = \sum_{i=1}^{nlin}\sum_{j=1}^{ncol}\frac{V_{RTM_i}}{\gamma_P} + \begin{cases}\zeta_{HC}, & H_{ref_P} > H_P \\ 0, & H_{ref_P} \leq H_P\end{cases}$

- Avaliação: $\Delta\zeta = \zeta_{RTM} - \zeta_{SGB}$

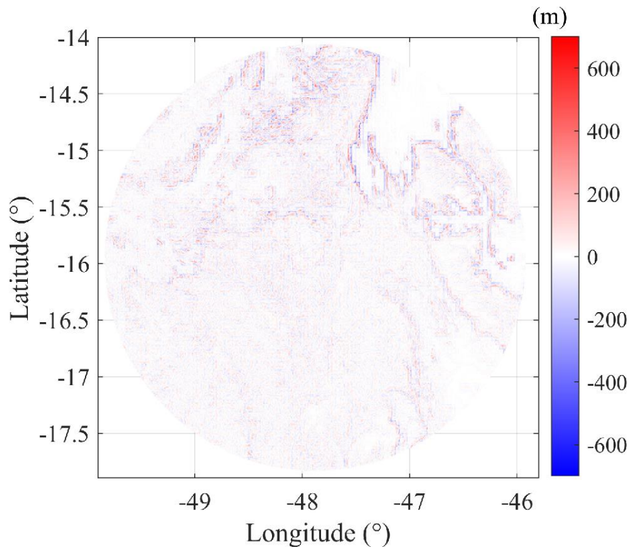
Mean tide System

PPTE: $\zeta_{SGB} = -5.3585\ m$
BRAZ: $\zeta_{SGB} = -12.7169\ m$
CUIB: $\zeta_{SGB} = 1{,}8047\ m$
CEFT: $\zeta_{SGB} = 3{,}4426\ m$
MABA: $\zeta_{SGB} = -24{,}0219\ m$

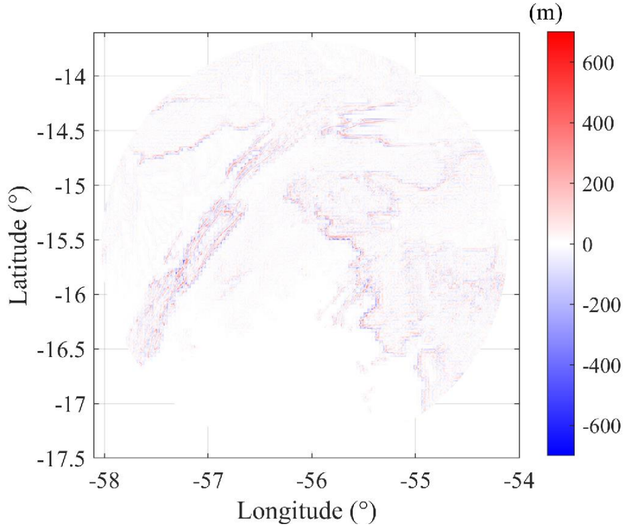
Em função do raio de integração

Com raio de integração de 210 km

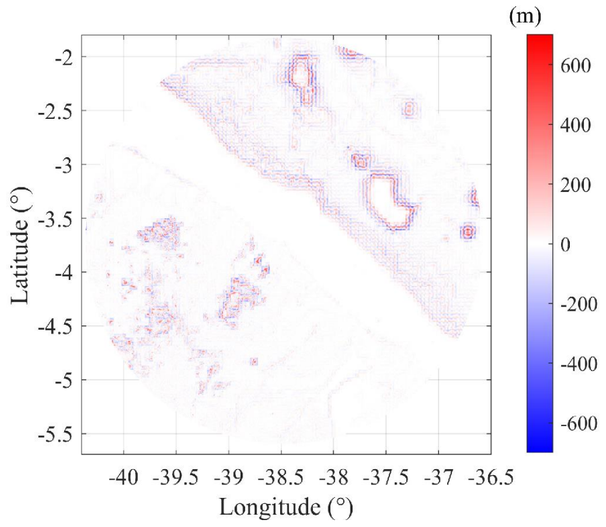
Resultados



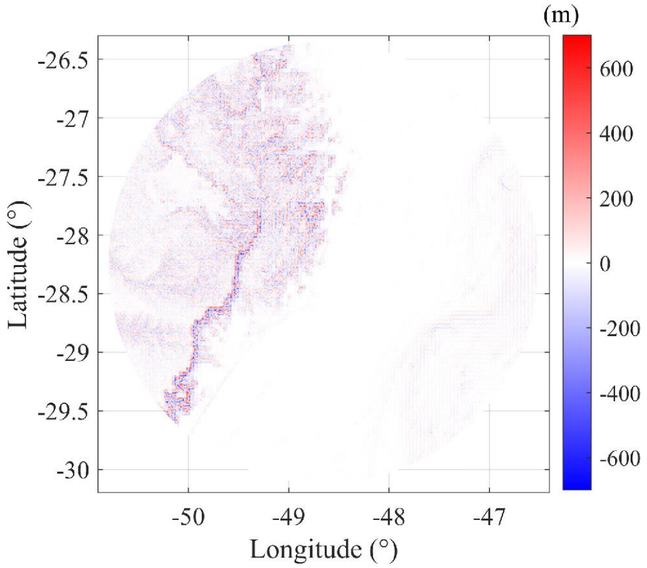
BRAZ



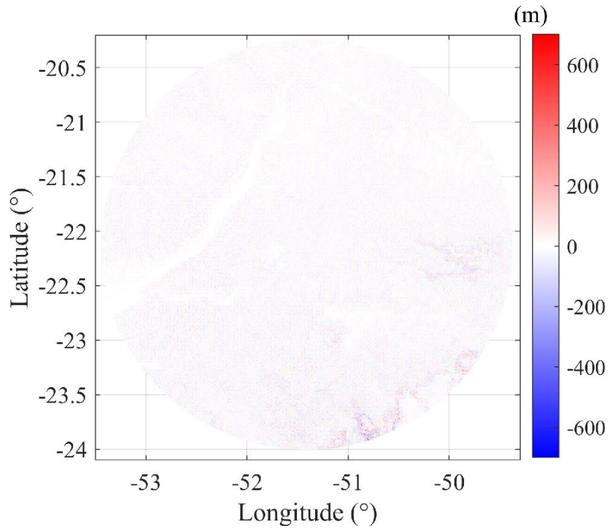
CUIB



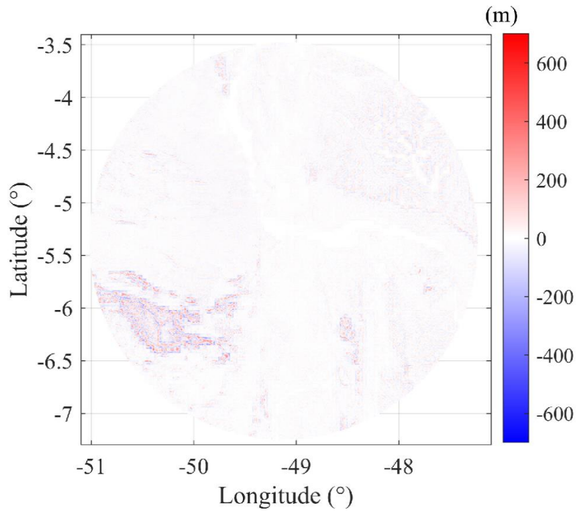
CEFT



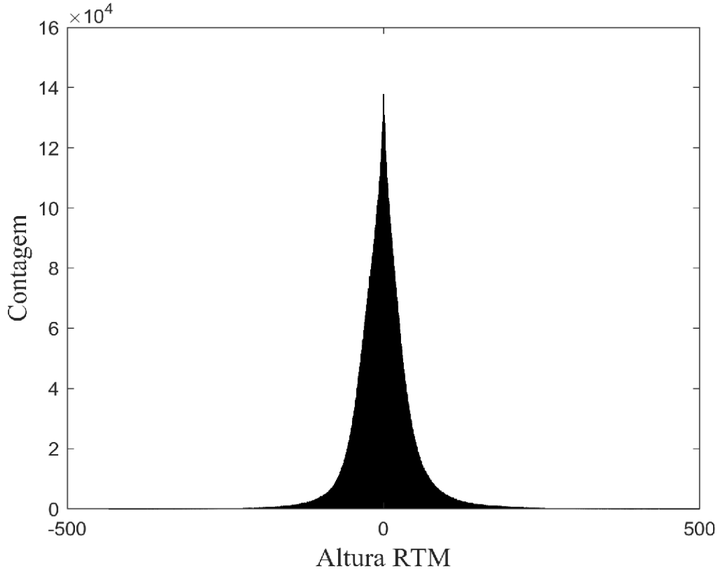
IMBT



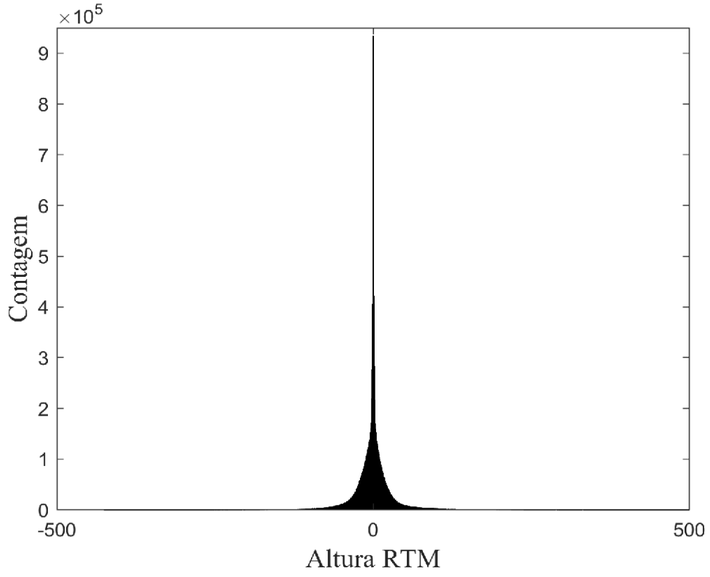
PPTE



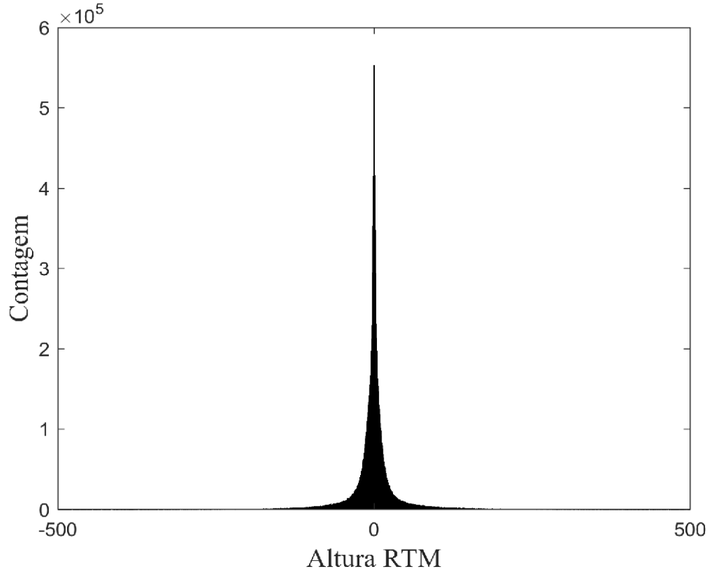
MABA



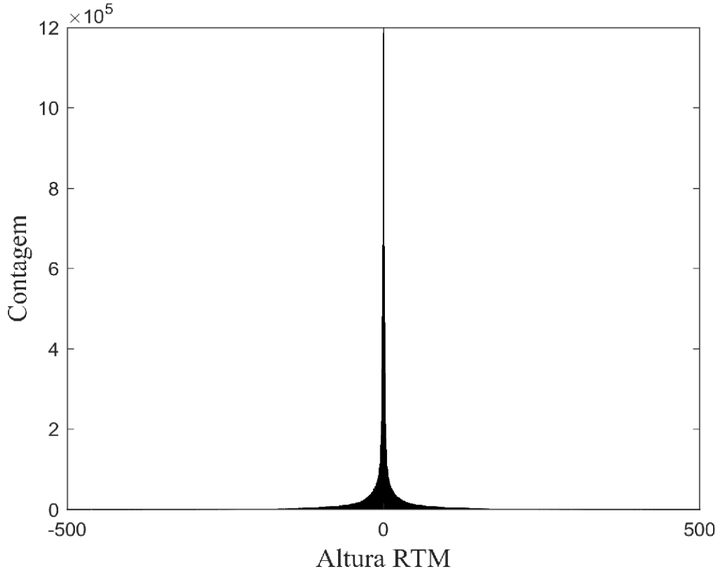
BRAZ



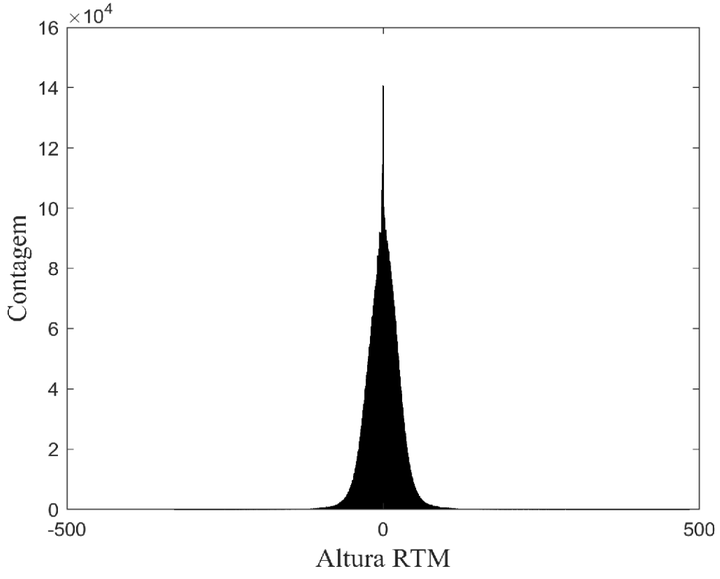
CUIB



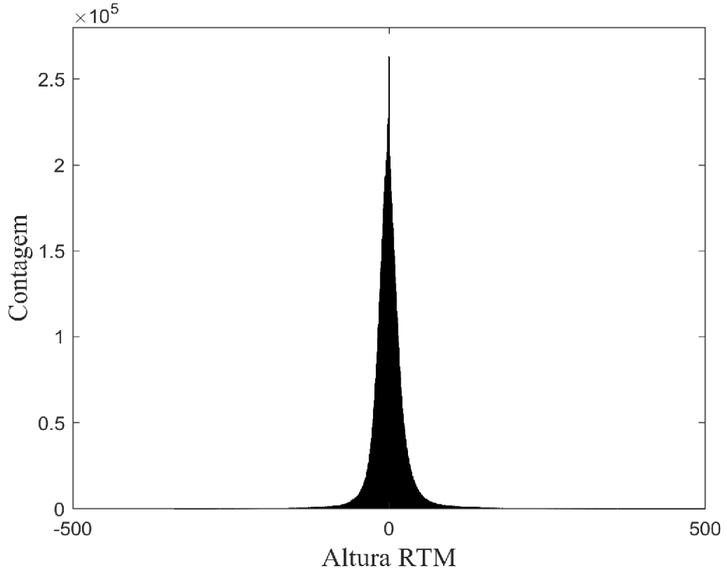
CEFT



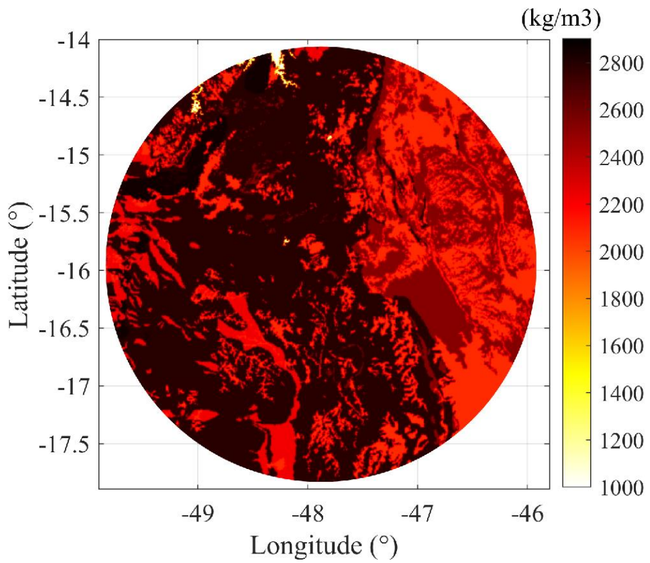
IMBT



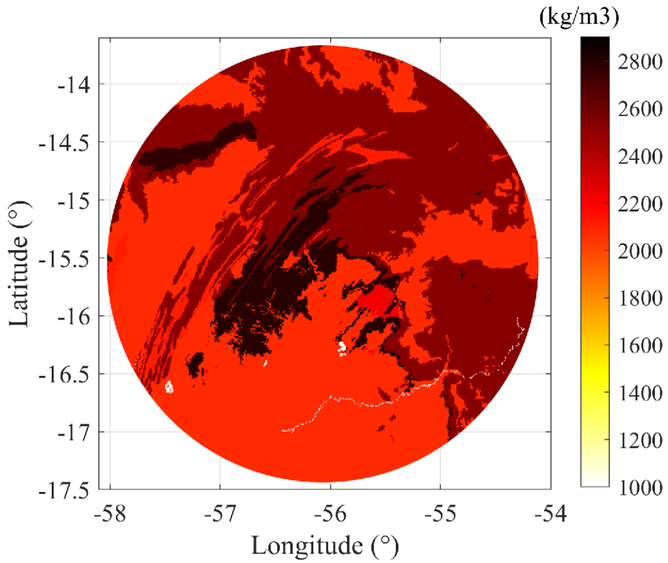
PPTE



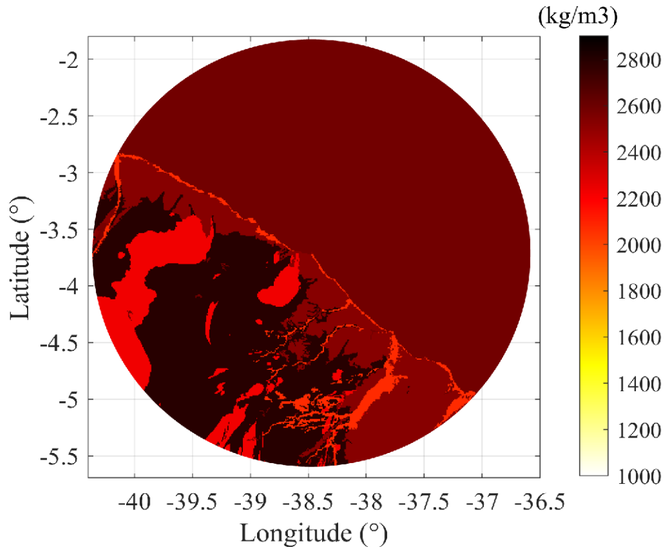
MABA



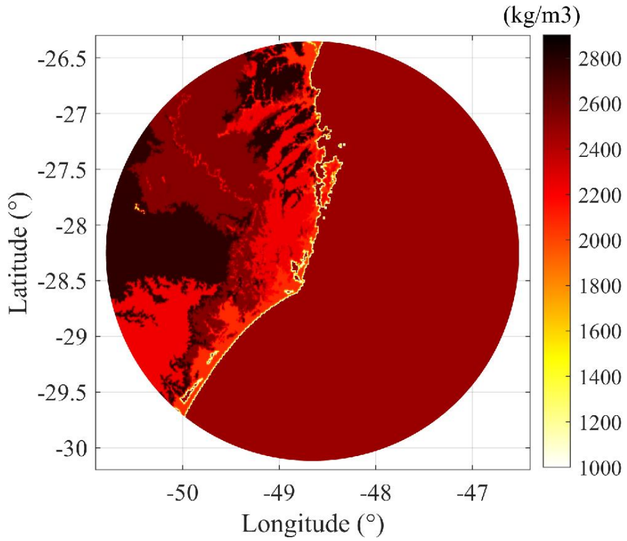
BRAZ



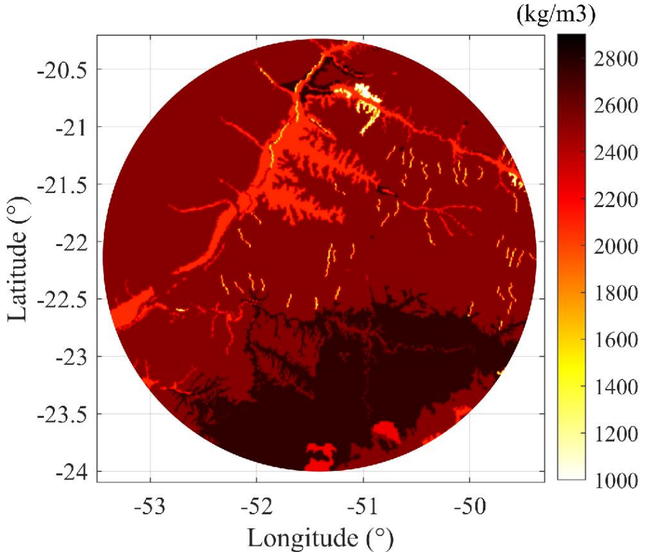
CUIB



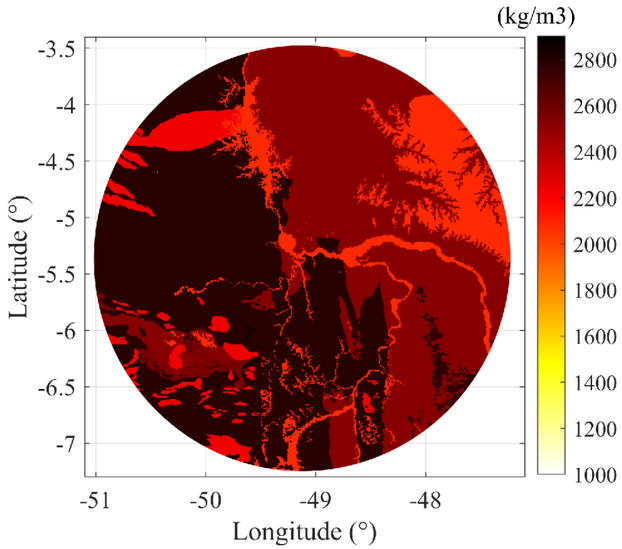
CEFT



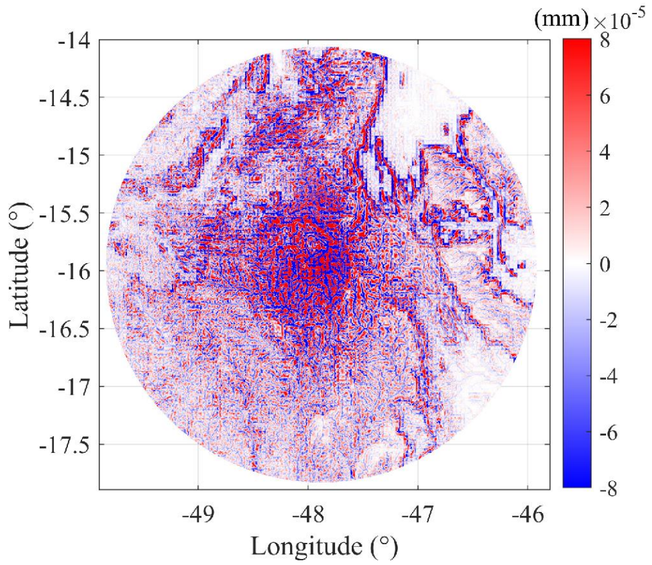
IMBT



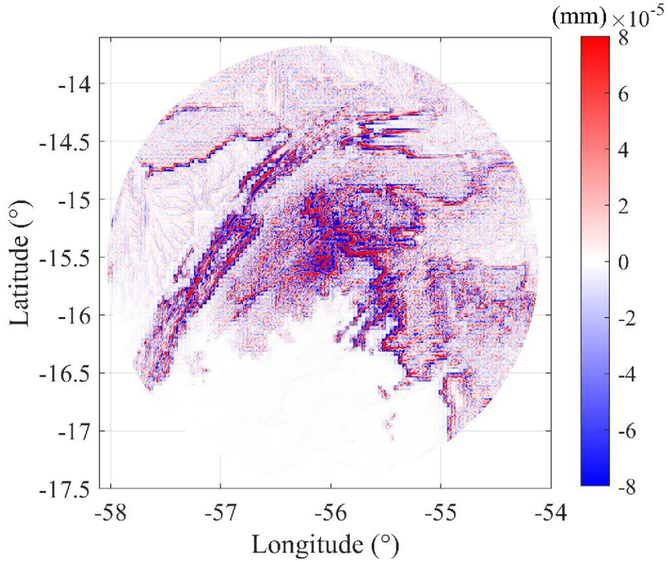
PPTE



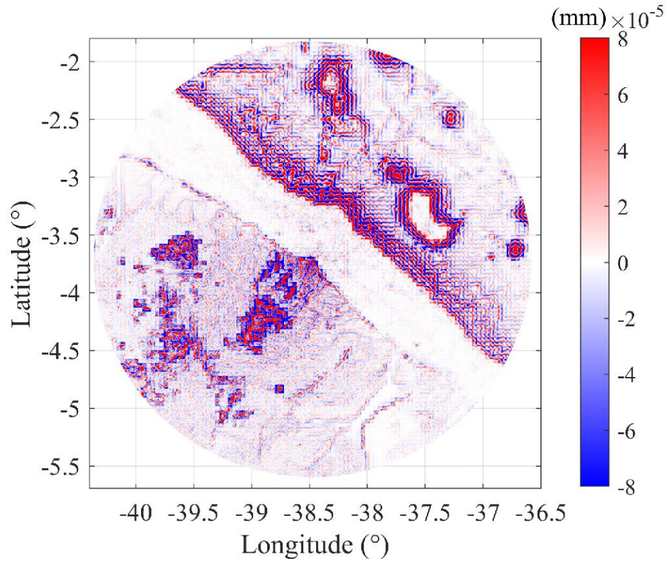
MABA



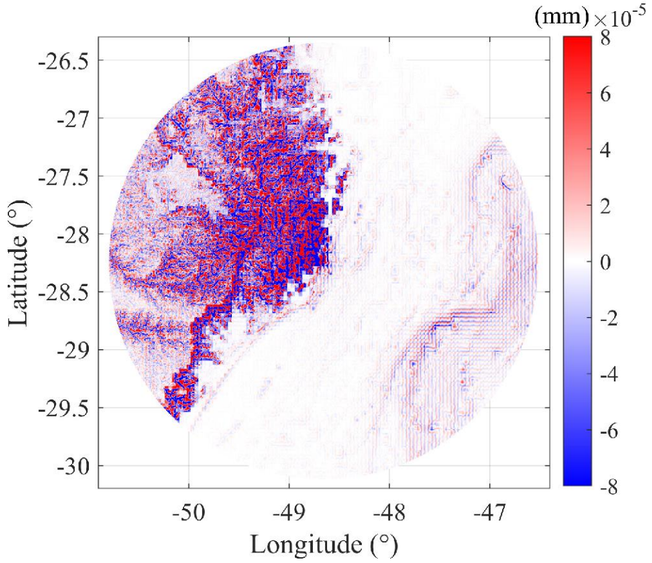
BRAZ



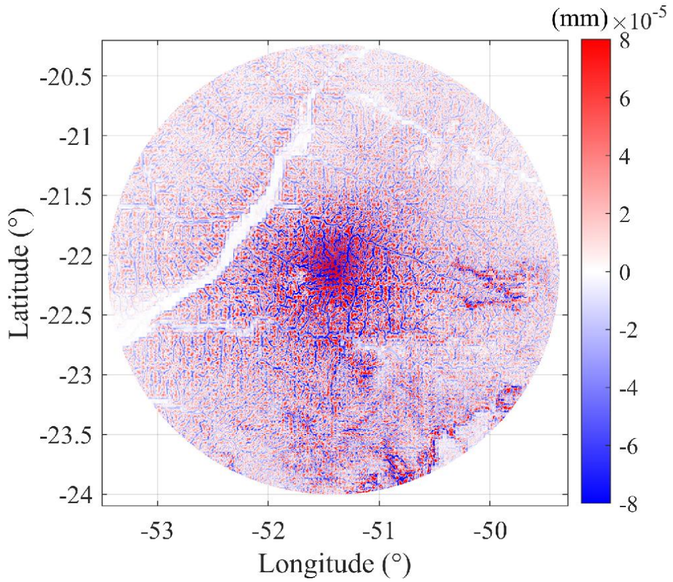
CUIB



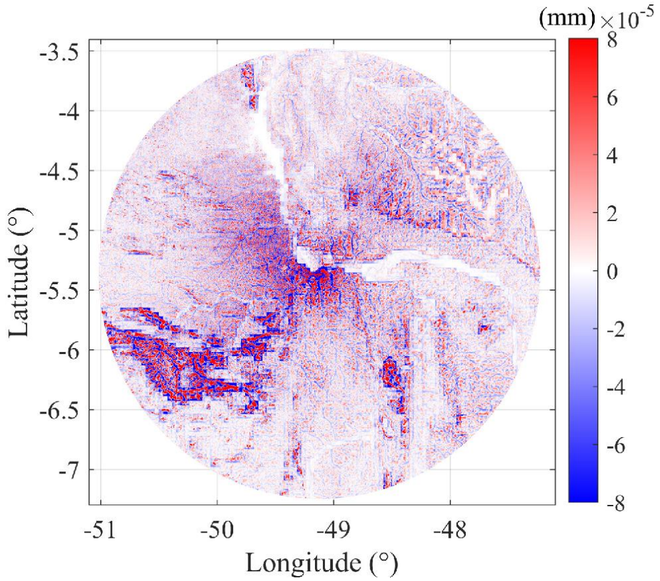
CEFT



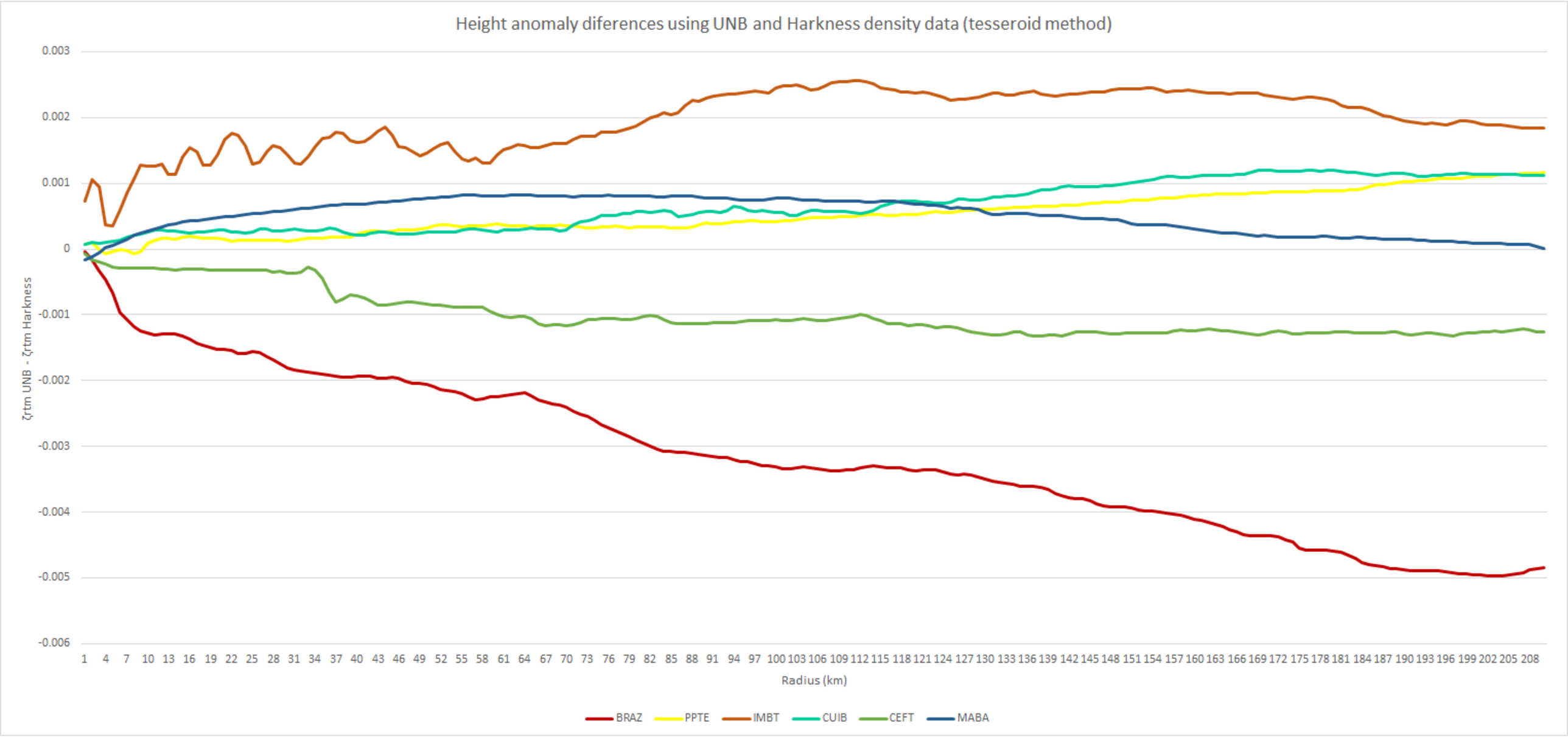
IMBT



PPTE



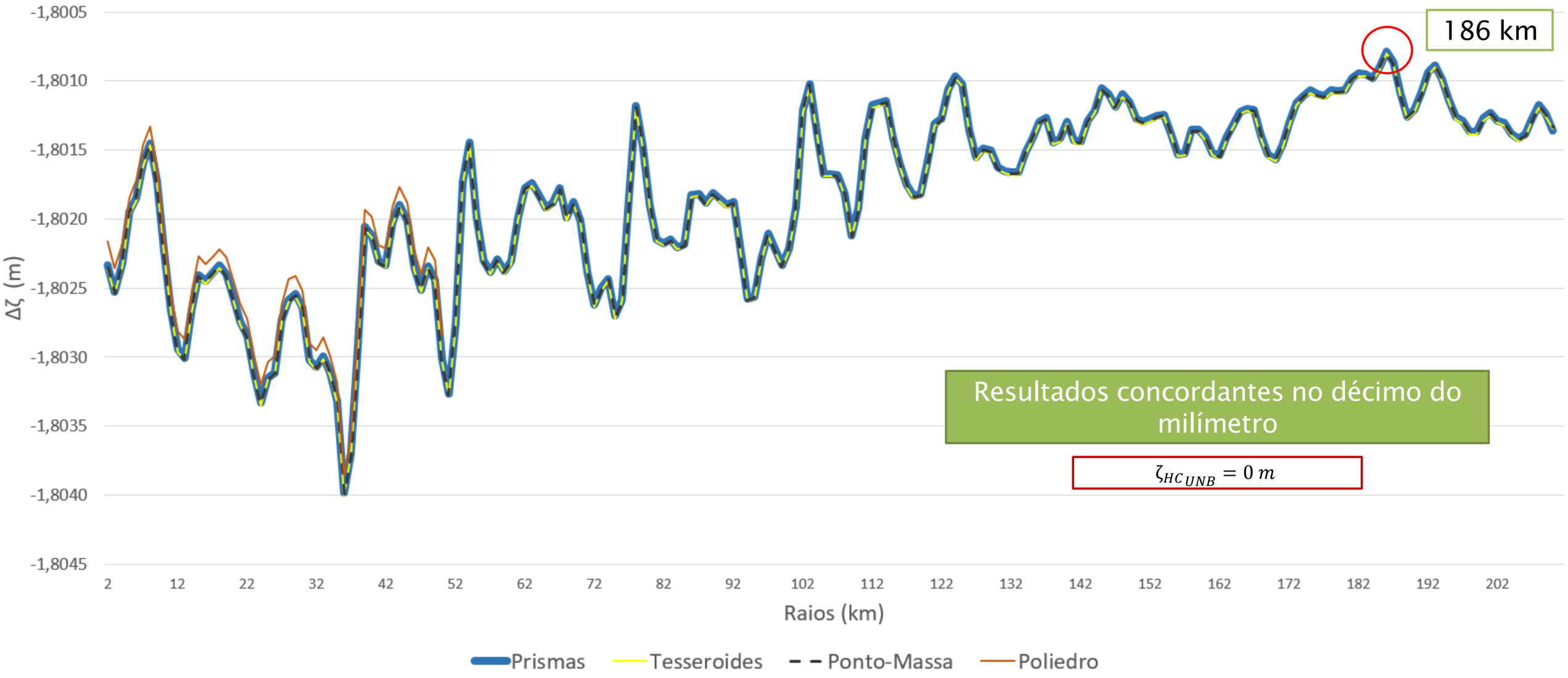
MABA


Height anomaly diferences using UNB and Harkness density data (tesseroid method)
0.003
0.002
0.001
0
-0.001
-0.002
-0.003
-0.004
-0.005
-0.006
ζrtm UNB - ζrtm Harkness
1 4 7 10 13 16 19 22 25 28 31 34 37 40 43 46 49 52 55 58 61 64 67 70 73 76 79 82 85 88 91 94 97 100 103 106 109 112 115 118 121 124 127 130 133 136 139 142 145 148 151 154 157 160 163 166 169 172 175 178 181 184 187 190 193 196 199 202 205 208
Radius (km)
BRAZ
PPTE
IMBT
CUIB
CEFT
MABA

BRAZ

Resultados concordantes no décimo do milímetro
$\zeta_{HC\,UNB} = -5{,}9 \times 10^{-5}\ m$
181 km
12,7340
12,7330
12,7320
12,7310
12,7300
12,7290
12,7280
12,7270
12,7260
Δζ (m)
2
12
22
32
42
52
62
72
82
92
102
112
122
132
142
152
162
172
182
192
202
Raios (km)
Prismas
Tesseroides
Ponto-Massa
Poliedro

CUIB


186 km
Resultados concordantes no décimo do milímetro
$\zeta_{HC_{UNB}} = 0\ m$
-1,8005
-1,8010
-1,8015
-1,8020
-1,8025
-1,8030
-1,8035
-1,8040
-1,8045
Δζ (m)
2
12
22
32
42
52
62
72
82
92
102
112
122
132
142
152
162
172
182
192
202
Raios (km)
Prismas
Tesseroides
Ponto-Massa
Poliedro

PPTE

5,3605
5,3600
5,3595
5,3590
5,3585
5,3580
5,3575
5,3570
5,3565
Δζ (m)
2
12
22
32
42
52
62
72
82
92
102
112
122
132
142
152
162
172
182
192
202
Raios (km)
Prismas
Tesseroides
Ponto-Massa
Poliedro
2 km
Resultados concordantes até o décimo do milímetro
$\zeta_{HC_{UNB}} = -1{,}4 \times 10^{-6}\ m$

MABA

Resultados concordantes até o centésimo do milímetro

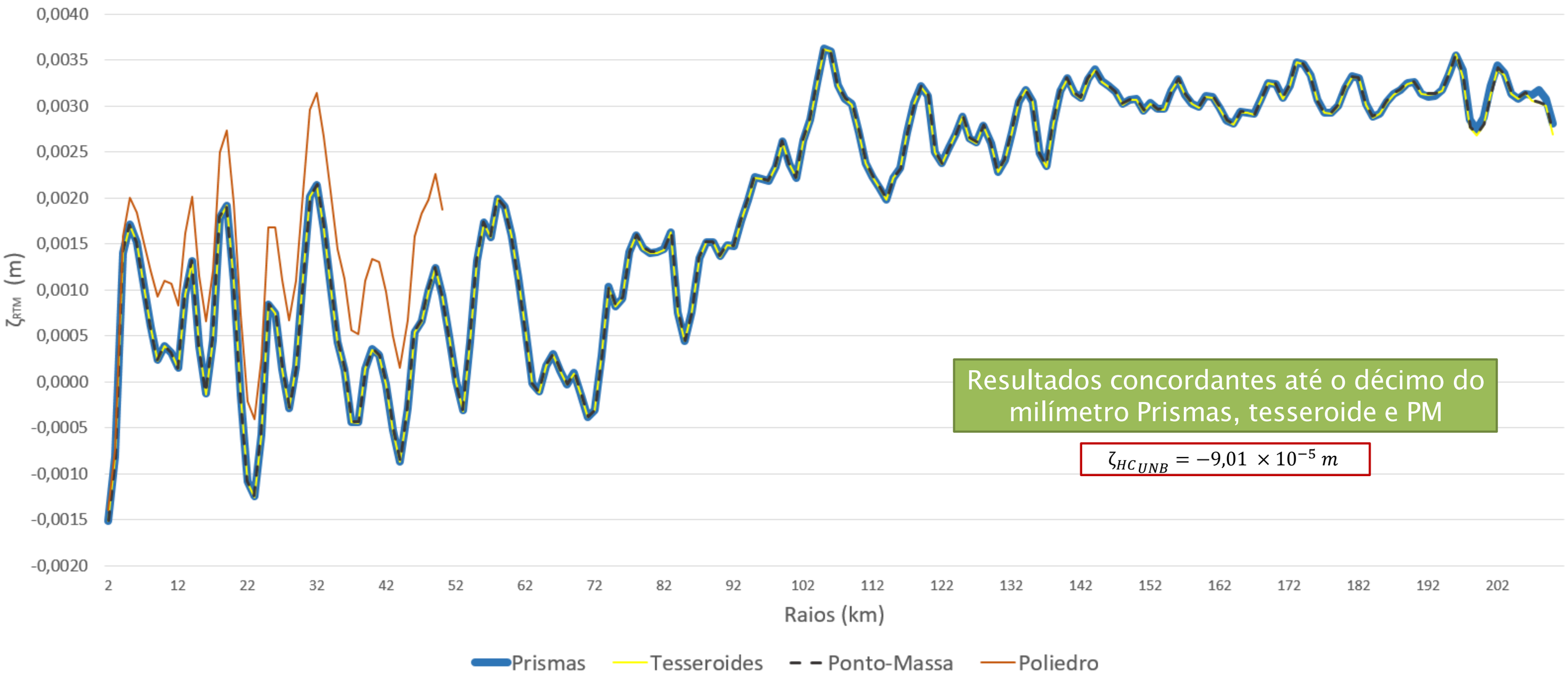
$\zeta_{HC_{UNB}} = 0\ m$

CEFT

68 km
Resultados concordantes no centésimo do milímetro para Prismas, tesseroides e PM
$\zeta_{HC_{UNB}} = 0\ m$
-3,4380
-3,4385
-3,4390
-3,4395
-3,4400
-3,4405
-3,4410
-3,4415
-3,4420
-3,4425
-3,4430
Δζ (m)
2
12
22
32
42
52
62
72
82
92
102
112
122
132
142
152
162
172
182
192
202
Raios (km)
Prismas
Tesseroides
Ponto-Massa
Poliedro

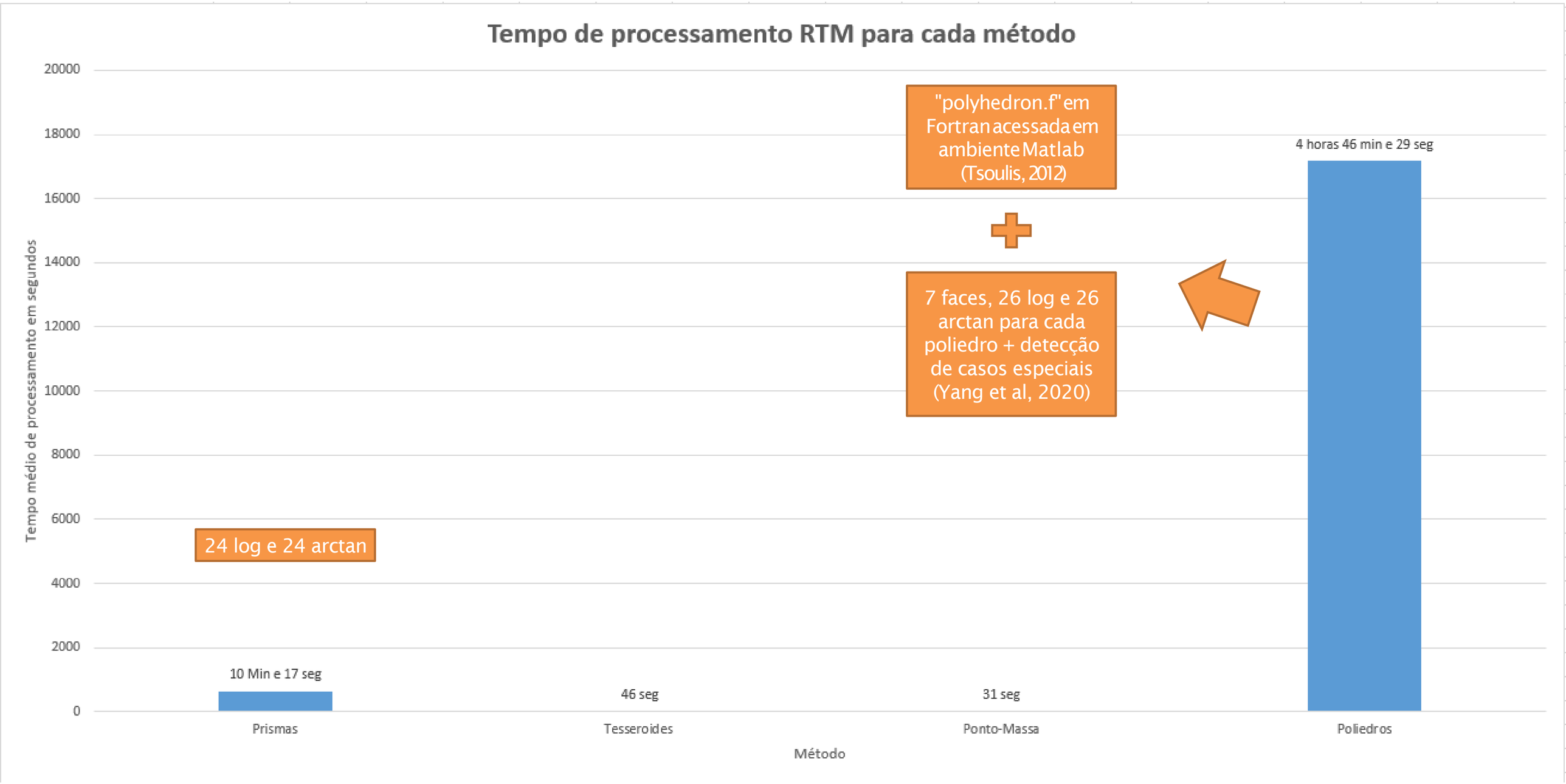
Somente análise RELATIVA

IMBT

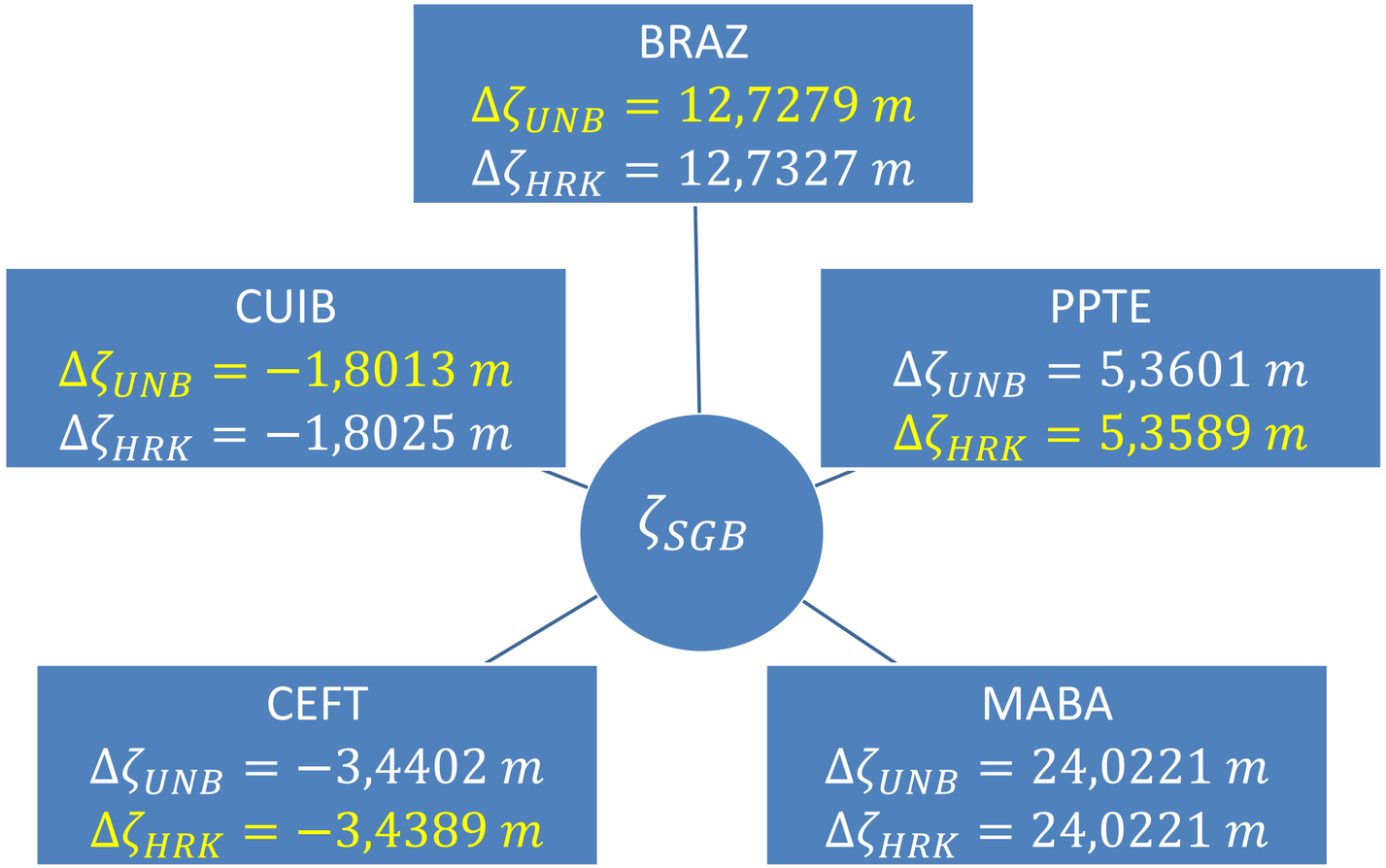


Resultados concordantes até o décimo do milímetro Prismas, tesseroide e PM

$$\zeta_{HC_{UNB}} = -9{,}01 \times 10^{-5}\ m$$


Tempo de processamento RTM para cada método
Tempo médio de processamento em segundos
20000
18000
16000
14000
12000
10000
8000
6000
4000
2000
0
10 Min e 17 seg
46 seg
31 seg
4 horas 46 min e 29 seg
Prismas
Tesseroides
Ponto-Massa
Poliedros
Método
24 log e 24 arctan
"polyhedron.f" em Fortran acessada em ambiente Matlab (Tsoulis, 2012)
7 faces, 26 log e 26 arctan para cada poliedro + detecção de casos especiais (Yang et al, 2020)

Com raio de integração de 210 km – Prismas, Tesseroide e Ponto massa



Estação	ζ_{UNB}	ζ_{HRK}
BRAZ	-0,0027 m	0,0022 m
PPTE	0,0016 m	0,0004 m
CUIB	0,0033 m	0,0022 m
CEFT	0,0024 m	0,0036 m
IMBT	0,0026 m	0,0007 m
MABA	0,0002 m	0,0002 m

Conclusões e trabalhos futuros

- Proximidade: tamanho dos elementos (90 m) na área inteira (Ferraz e Souza, 2021), maioria das alturas RTM entre ±50 m (histograma) – diferente de outros trabalhos (Heck e Seitz 2007; Tsoulis et al. 2009; Tenzer et al. 2015; Wu e Chen 2016; Jiang et al. 2017).

- Nas estações CEFT e IMBT a abordagem de poliedro apresentou diferenças em torno de 1 mm para raios de integração maiores – erro de arredondamento (Holstein and Ketteridge 1996; Holstein et al. 1999; Holstein 2003; Ren et al. 2018).

- Proximidade entre as soluções com Tesseroide e Ponto-massa indica que os desvios do elemento para o ponto são insignificantes (Heck e Seitz 2007).

- Proximidade entre as soluções com poliedro e prismas possivelmente em função das baixas variações de altura RTM nas proximidades do ponto de computação (Okabe, 1979; Tsoulis, 2012; Lin et al., 2020).

- Abordagem dos poliedros é menos vantajosa em comparação às demais devido ao seu tempo de processamento, e tendo em vista que apresentou resultados concordantes às demais abordagens ao nível do décimo de mm.

- Diferenças milimétricas entre as soluções utilizando diferentes formas de modelagem da densidade - importância do uso de modelos de densidade;

- análise de acurácia pode ser tendenciosa (sesgada) em alguns casos:

Região de estudo com predominância de valores de densidades <u>maiores</u> que 2670 kg/m³

o uso da densidade constante pode propor valores positivos menores de ζ_{RTM}

Se ζ_{SGB} é negativo

Menor valor de $\Delta\zeta$

$$\Delta\zeta = \zeta_{RTM} - (-\zeta_{SGB}) = \zeta_{RTM} + \zeta_{SGB}$$

Região de estudo com predominância de valores de densidades <u>menores</u> que 2670 kg/m³

o uso da densidade constante pode propor valores positivos maiores de ζ_{RTM}

Se ζ_{SGB} é positivo (naturalmente maior que ζ_{RTM} em valor absoluto)

Menor valor de $\Delta\zeta$

$$\Delta\zeta = \zeta_{RTM} - \zeta_{SGB}$$

De qualquer forma, o uso do modelo de densidades propõe mais proximidade com as realidades físicas nas modelagens

- Correções harmônicas não são significativas – 10^{-5} m (alturas RTM pequenas nos pontos de computação) - Yang et al. (2022) e Klees et al. (2022)

$$\zeta_{HC} = -\frac{4\pi G\rho}{\gamma}\left(H_P - H_{ref_P}\right)^2$$

Conclusões e trabalhos futuros

- comparação entre as abordagens para outras estações do IHRF na América do Sul;
- uso de diferentes dados como MDT's, Modelos de densidades nacionais e regionais;
- comparação entre as abordagens para o distúrbio da gravidade RTM;
- obtenção de MDS ou MDT de referência analisando a RDQM.

Referências

Ferraz, R.S.; S.F. Souza. (2021) A Influência das Edificações no Cálculo do Efeito Gravitacional das Massas Topográficas–Estudo de Caso na Cidade de Porto Alegre–RS (Brasil). Revista Brasileira de Cartografia 73(1):134–49.

Forsberg, R. (1984) A study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity field modelling. OSU Report 355, Ohio State University.

Forsberg, R.; Tscherning, C. (1981) The use of height data in gravity field approximation by collocation. Journal of Geophysical Research 86(B9): 7843-7854.

Grombein, T.; Seitz, K.; Heck, B. (2013) Optimized formulas for the gravitational field of a tesseroid. J Geod 87:645□660.

Guimarães, G.; Blitzkow, D.; Matos, A.C.O.C. An Analysis of the Use of Least Squares Collocation and the Numerical Integration to Compute the Disturbing Potential at IHRF Stations in Brazil. Simposio SIRGAS, Rio de Janeiro, Brasil, 2019.

Heck, B.; Seitz, K. (2007) A comparison of the tesseroid, prism and point-mass approaches for mass reductions in gravity field modelling. J Geod 81:121–136.

Hirt, C.; Kuhn, M.; Claessens, S.J.; Pail, R.; Seitz, K.; Gruber, T. (2014) Study of the Earth's short-scale gravity field using the ERTM2160 gravity model. Computers & Geosciences 73:71-80.

Holstein, H. (2003) Gravimagnetic anomaly formulas for polyhedra of spatially linear media. Geophysics 68:157–167.

Holstein, H.; Ketteridge, B. (1996) Gravimetric analysis of uniform polyhedra. Geophysics 61:357–364.

Holstein, H.; Schürholz, P.; Starr, A.J.; Chakraborty, M. (1999) Comparison of gravimetric formulas for uniform polyhedra. Geophysics 64:1438–1446.

IAG – International Association of Geodesy, Resolution (No. 1). 2015. For the definition and realization of an International Height Reference System (IHRS), München.

IAG – International Association of Geodesy, Resolution (No. 3). 2019. Establishment of the International Height Reference Frame (IHRF), Montreal.

Jamur, K. P. Análise de alternativas para a determinação dos efeitos gravitacionais de massas anômalas na Região do DVB. Tese (Doutorado), Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.

Jiang L, Zhang J, Feng Z (2017) A versatile solution for the gravity anomaly of 3D prism-meshed bodies with depth-dependent density contrast. Geophysics 82:G77–G86.

Klees, R.; Seitz, K.; Slobbe, D.C. 2022. The RTM harmonic correction revisited. J Geod 96(39):1-25.

Lin, M.; Denker, H.; Müller, J. (2020) Gravity Field Modeling Using Tesseroids with Variable Density in the Vertical Direction. Surveys in Geophysics 41:723–765.

Nagy D, Papp G, Benedek J (2000) The gravitational potential and its derivatives for the prism. J Geod 74(7–8):552–560.

Makhloof AA, Ilk KH (2008) Effects of topographic–isostatic masses on gravitational functionals at the earth’s surface and at airborne and satellite altitudes. J Geod 82:93–111.

Okabe, M. (1979) Analytical expressions for gravity anomalies due to homogeneous polyhedral bodies and translations into magnetic anomalies. Geophysics 44:730–741.

Omang, O.C.D.; Tscherning, C.C.; Forsberg, R. (2012) Generalizing the harmonic reduction procedure in residual topographic modeling. In: Sneeuw N., Novák P., Crespi M. and Sansò F. (Eds), VII Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy. International Association of Geodesy Symposia 137, 233□238, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, Germany.

Ren, Z.; Zhong, Y.; Chen, C.; Tang, J.; Pan, K. (2018) Gravity anomalies of arbitrary 3D polyhedral bodies with horizontal and vertical mass contrasts up to cubic order. Geophysics 83:G1–G13.

Rexer, M.; Hirt, C. (2015) Ultra-high degree surface spherical harmonic analysis using the Gauss-Legendre and the Driscoll/Healy quadrature theorem and application to planetary topography models of Earth, Moon and Mars. Surveys in Geophysics 36(6): 803-830.

Ribeiro, L. C. Contribuição para o estabelecimento do IHRF no estado de São Paulo. Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Presidente Prudente, 2019.

Sánchez, L.; The International Height Reference System (IHRS) and its realisation, the International Height Reference Frame (IHRF). Workshop for the Implementation of the GGRF in Latin America Buenos Aires, Argentina, Sep 16-20, 2019.

Sánchez, L. and M. G. Sideris.2017. “Vertical datum unification for the International Height Reference System (IHRS).” Geophysical Journal International 209(2), 570–86. doi: 10.1093/gji/ggx025

Sanchéz, L.; Agren, J.; Huang, J.; Wang, Y. M.; Makinen, J.; Pail, R.; Barzaghi, R.; Vergos, G. S.; Ahlgren, K.; Liu, Q. (2021) Strategy for the realization of the International Height Reference System (IHRS). J Geod 95(33):1-33.

Sánchez, L.; Barzaghi, R.; Vergos, G.S. (2019) Operational infrastructure to ensure the long-term sustainability of the IHRS/IHRF. Presented at the 2019 IUGG General Assembly, Session G06 “Monitoring and Understanding the Dynamic Earth With Geodetic Observations”, July 8 – July 18, Montreal, Canada.

Sheng, M.; Shaw, C.; Vanícek, P.; Kingdon, R.; Santos, M.; Foroughi, I. (2019) Formulation and validation of a global laterally varying topographical density model. Tectonophysics, Elsevier, 762:45–60.

Silva, V.C. Sistema Gravimétrico de Referência do Estado de São Paulo: contribuição ao referencial geodésico. Dissertação (Mestrado), Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2020.

Tenzer, R.; Hirt, C.; Novák, P.; Pitoňák, M.; Šprlákm M. (2015) Contribution of mass density heterogeneities to the quasigeoid-to-geoid separation. J Geod 90:65–80.

Tozer, B.; Sandwell, D. T.; Smith, W. H.; Olson, C.; Beale, J.; Wessel, P. (2019) Global bathymetry and topography at 15 arc sec: Srtm15+. Earth and Space Science, Wiley Online Library, 6(10):1847–1864.

Tsoulis, D. (2012) Analytical computation of the full gravity tensor of a homogeneous arbitrarily shaped polyhedral source using line integrals. Geophysics 77:F1□F11.

Tsoulis D, Petrovic S (2001) On the singularities of the gravity field of a homogeneous polyhedral body. Geophysics 66(2):535–539.

Tsoulis, D.; Novák, P.; Kadlec, M. (2009) Evaluation of precise terrain effects using high-resolution digital elevation models. J Geophys Res 114:B02404.

Wang, Y.M.; et al (2021) Colorado geoid computation experiment—overview and summary, J Geod. Special Issue on Reference Systems in Physical Geodesy.

Wild-Pfeiffer, F. (2008) A comparison of different mass elements for use in gravity gradiometry. J Geod 82:637–653.

Wu, L.; Chen, L. (2016) Fourier forward modeling of vector and tensor gravity fields due to prismatic bodies with variable density contrast. Geophysics 81:G13–G26.

Yamazaki, D.; Ikeshima, D.; Tawatari, R.; Yamaguchi, T.; O'Loughlin, F.; Neal, J.C.; Sampson, C.C.; Kanae, S.; Bates, P.D. (2017) A high accuracy map of global terrain elevations Geophysical Research Letters 44:5844-5853.

Yang, M.; Hirt, C.; Pail, R. (2020) TGF: A New MATLAB-based Software for Terrain-related Gravity Field Calculations. Remote Sensing 12(7):1-21.

Yang, M.; Hirt, C.; Wu, B.; Deng, X.; Tsoulis, D.; Feng, W. et al. (2022) Residual Terrain Modelling: The Harmonic Correction for Geoid Heights. Surveys in Geophysics 43:1201–31.

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

PÓS-GRADUAÇÃO EM
CIÊNCIAS GEODÉSICAS

SIRGAS
sirgas.ipgh.org

Muchas Gracias!